

Calcul intégral

Code (31GU02MM) U3IN35, 6 ECTS, Semestre S5

Prérequis : Néant **Évaluation :** Contrôle continu et examen final

Mentions concernées : L3 Mathématiques Fondamentales et L3 Mathématiques Appliquées

Horaires hebdomadaires : 2 h CM + 3 h TD

Objectifs

Maîtriser les fondements théoriques et la pratique de l'intégrale de Lebesgue : théorie de la mesure, intégrale d'une fonction mesurable positive, puis intégrable. Connaître les conditions d'inversion d'une limite et d'une intégrale, ou de deux intégrales (Fubini).

Programme

Prérequis : intégrale de Riemann sur \mathbb{R} , séries entières.

1 Espaces mesurés

1. Tribu, mesure (positive), mesurabilité,
2. Mesure de Lebesgue dans \mathbb{R} (existence admise), mesure de comptage, Classe monotone, application à l'unicité des mesures.
3. Mesure image.
4. Tribu engendrée par un ensemble de parties, par une fonction.

2 Intégrales

1. Intégrale d'une fonction réelle mesurable par rapport à une mesure, intégrabilité.
2. Théorème de convergence monotone, lemme de Fatou, théorème de convergence dominée.
3. Comparaison des intégrales de Riemann et de Lebesgue.
4. Intégrale à paramètre (continuité, dérivabilité).

3 Espaces produits

1. Tribu produit, mesure produit, exemple de la tribu borélienne et de la mesure de Lebesgue dans \mathbb{R}^d .
2. Fubini (positif et général),
3. Changement de variable différentiable dans \mathbb{R}^d .