

## Programme des leçons 2013

Version du 7 mars 2013

En gras italique (et en rouge) le nom de la personne qui va présenter une leçon.

Le plan (ou exercices) de certaines autres leçons seront préparés et distribués par des stagiaires (en bleu).

### Mercredi 30 janvier

**9h30 - 12h30.** Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: GROUPES.

#### *Leçons concernées*

**101** *Faj* Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.

**102** *Oculi* Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.

**142** Utilisation de groupes en géométrie.

**158** *Saint Germain* Actions de groupes. Exemples et applications.

#### *Exercices concernés*

**301** Exercices sur les groupes.

**340** *Durieu* Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: INTÉGRATION.

#### *Leçons concernées*

**221** Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

**223** Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.

**237** Intégrales et primitives.

#### *Exercices concernés*

**422** Exemples d'étude d'intégrales impropres.

**427** *Karagoz* Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.

**436** *Abadie* Exemples d'applications de l'intégration par parties.

### Samedi 2 février

**9h - 13h.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: SUITES.

#### *Leçons concernées*

**201** *Brahim* Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.

#### *Exercices concernés*

**401** *Pavec* Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.

**403** Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.

**404** Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.

**406** *Houssaye* Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence.

## Mercredi 6 février

9h30 - 12h30. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES (1).

### *Leçons concernées*

224 Granier Équations différentielles linéaires d'ordre deux:  $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ , où  $a, b, c$  sont des fonctions continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ , à valeurs réelles ou complexes.

### *Exercices concernés*

413 Nicolas Exemples d'emploi de séries entières ou trigonométriques pour la recherche de solutions d'équations différentielles.

428 Exemples d'étude et de résolution d'équations différentielles scalaires.

429 Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.

441 Durieu Exemples de systèmes différentiels linéaires en dimension 2 ou 3. Allure des trajectoires.

14h - 17h. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: FORMES QUADRATIQUES ET CONIQUES.

### *Leçons concernées*

121 Garel Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications géométriques.

146 Coniques.

### *Exercices concernés*

322 Pouliquen Exercices sur les formes quadratiques.

334 Choukroun Exercices sur les coniques.

## Samedi 9 février

9h - 13h. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: DIVERS.

### *Leçons concernées*

109 Goëau Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.

113 Karagoz Déterminants. Applications.

117 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.

120 Bonnard Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications.

### *Exercices concernés*

314 Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.

345 Exercices sur les triangles.

353 Kateb Exercices utilisant la notion d'élément nilpotent.

## Mercredi 13 février

9h30 - 12h30. Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: ARITHMÉTIQUE.

### *Leçons concernées*

103 Balestra Congruences dans  $\mathbb{Z}$ , anneau  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.

104 Houssaye Nombres premiers.

157 Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$ .

### *Exercices concernés*

302 Choukroun Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ .

**305** Exercices faisant intervenir les nombres premiers.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: .

***Leçons concernées***

**164** Combinatoire et dénombrements.

**232** Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.

**258** *Durieu* Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.

***Exercices concernés***

**307** Exercices faisant intervenir des dénombrements.

**435** Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes.

**437** Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.

**438** *Mahieux* Exemples de problèmes de dénombrement. Utilisation en probabilités.

**442** Exercices illustrant l'utilisation des probabilités dans des domaines variés des mathématiques.

## Samedi 16 février

**9h - 13h.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE.

***Leçons concernées***

**207** *Adam* Théorème des valeurs intermédiaires. Applications en analyse, en analyse numérique.

**216** *Saint Germain* Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.

**218** *Moussy* Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.

***Exercices concernés***

**415** *Goëau* Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

## Mercredi 20 février

**9h30 - 12h30.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE.

***Leçons concernées***

**217** *Le Roux* Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

**219** Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.

**236** Continuité, dérivabilité, prolongements des fonctions d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.

***Exercices concernés***

**418** *Faj* Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: .

***Leçons concernées***

**203** Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).

**215** *Pavec* Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.

***Exercices concernés***

**402** *Ketrane* Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.

**404** Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.

**405** Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.

**407** Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

**408** Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.

## Samedi 23 février

9h - 13h. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: .

### *Leçons concernées*

150 *Herizi* Diverses factorisations de matrices.

151 *Durieu* Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

### *Exercices concernés*

311 *Minier* Exercices illustrant l'usage de la notion de rang dans des domaines variés.

312 *Abadie* Exercices illustrant l'emploi de matrices inversibles dans des domaines variés.

317 *Lacroix* Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.

## Mercredi 27 février

9h30 - 12h30. Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: POLYNÔMES.

### *Leçons concernées*

106 PGCD dans  $K[X]$ , où  $K$  est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.

143 *Herizi* Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.

159 Algorithme d'Euclide. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.

### *Exercices concernés*

304 *Ketran* Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.

306 *Nicolas* Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en oeuvre des algorithmes associés.

309 *Saint Germain* Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

14h - 17h. Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: .

### *Leçons concernées*

209 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.

210 Séries entières de variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.

212 Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.

213 Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre  $\pi$ .

235 Fonction exponentielle de variable réelle, complexe, matricielle...

### *Exercices concernés*

410 *Fajj* Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.

414 *Jamois* Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.

## Samedi 2 mars

9h - 13h. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: DIVERS.

### *Leçons concernées*

166 *Mahieux* Diverses méthodes de codage et de cryptage.

### *Exercices concernés*

329 *Moussy* Exercices sur les aires et les volumes.

346 *Nicolas* Exemples de problèmes modélisés par des graphes.

349 *Pouliquen* Exemples de méthodes de cryptage ou de codage.

## Mercredi 13 mars

9h30 - 12h30. Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: ALGÈBRE LINÉAIRE (1).

### *Leçons concernées*

107 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

112 *Kateb* Changements de bases en algèbre linéaire. Applications.

144 *Saint Germain* Différentes notions de rang en algèbre linéaire.

160 Algorithme du pivot de Gauss. Applications.

### *Exercices concernés*

319 *Durieu* Exercices faisant intervenir des algorithmes de calcul matriciel.

14h - 17h. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: CALCUL DIFFÉRENTIEL.

### *Leçons concernées*

227 *Fay* Fonctions de plusieurs variables: dérivées partielles, différentiabilité. Fonctions composées. Fonctions de classe  $C^1$ . Exemples.

228 *Kateb* Extremums pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

243 *Ketran* Différentiabilité d'une fonction numérique de deux variables réelles, gradient ; applications.

### *Exercices concernés*

431 *Mahieux* Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.

434 *Goëau* Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.

440 *Saint Germain* Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).

## Samedi 16 mars

9h - 13h. Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: .

### *Leçons concernées*

229 *Razafimandimby* Suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variable aléatoire de loi binomiale. Approximations de cette loi.

231 Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.

241 *Kateb* Diverses notions de convergence en analyse ou en probabilités. Exemples.

249 Loi normale en probabilités et statistique.

259 Utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistique.

### *Exercices concernés*

448 *Houssaye* Exemples d'utilisation d'intervalles de fluctuation et d'intervalles de confiance.

## Mercredi 20 mars

9h30 - 12h30. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: .

### *Leçons concernées*

163 Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.

### *Exercices concernés*

335 Exercices sur les courbes planes ou de l'espace de dimension 3.

347 Exercices faisant intervenir la trigonométrie.

**354** Exercices sur les cercles et les sphères.

**14h - 17h.** Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: .

*Leçons concernées*

**220** Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

**252** Algorithmes de calcul approché d'intégrales.

*Exercices concernés*

**439** Exemples d'étude et de calcul de la norme d'une application linéaire continue.

## Samedi 23 mars

**9h - 13h.** Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: .

*Leçons concernées*

**119** Utilisation des nombres complexes en géométrie.

**125** Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.

**148** Angles dans le plan.

*Exercices concernés*

**323** Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.

**342** Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère.

**350** Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice.

## Mercredi 27 mars

**9h30 - 12h30.** Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: ALGÈBRE LINÉAIRE (2).

*Leçons concernées*

**110** Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.

**156** Valeurs propres. Recherche et utilisation.

*Exercices concernés*

**310** Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.

**313** Exercices illustrant l'utilisation de systèmes linéaires.

**315** Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.

**14h - 17h.** Analyse, Georges Skandalis. THÈME: ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES (2).

*Leçons concernées*

**225** Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants ; écriture matricielle. Exemples.

**253** Algorithmes d'approximation des solutions d'une équation différentielle.

*Exercices concernés*

**348** Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.

**430** Exemples d'équations différentielles issues des sciences expérimentales ou de l'économie.

**445** Exemples de résolution exacte et de résolution approchée d'équations différentielles scalaires.

## Samedi 30 mars

9h - 13h. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: APPROXIMATION.

### *Leçons concernées*

**251** Algorithmes de résolution approchée d'une équation numérique.

**254** Algorithmes d'approximation du nombre  $\pi$ .

**256** Vitesse de convergence, accélération de convergence.

**257** Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.

### *Exercices concernés*

**432** Exemples d'approximations d'un nombre réel.

**433** Approximations du nombre  $\pi$ .

**444** Exemples d'algorithmes de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série.

## Mercredi 3 avril

9h30 - 12h30. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: .

### *Leçons concernées*

**128** Barycentres. Applications.

**131** Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

### *Exercices concernés*

**326** Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.

14h - 17h. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: ANALYSE ET APPROXIMATION (2).

### *Leçons concernées*

**244** Inégalités en analyse ou en probabilités. Par exemple: Cauchy-Schwarz, Markov, Bessel, convexité...

### *Exercices concernés*

**417** Exemples illustrant divers modes d'approximation de fonctions numériques.

**443** Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations  $F(X) = 0$ ,  $X$  désignant une variable réelle ou vectorielle.

**447** Exemples d'équations fonctionnelles.

## Samedi 6 avril

9h - 13h. Algèbre et géométrie, Rached Mneimné. THÈME: .

### *Leçons concernées*

**123** Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.

**129** Droites et plans dans l'espace.

**137** Droites et cercles dans le plan affine euclidien.

### *Exercices concernés*

**325** Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.

**330** Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimensions 2 et 3.

**339** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.

## Mercredi 10 avril

9h30 - 12h30. Algèbre, Gentiana Danila. THÈME: DIVERS.

### *Leçons concernées*

**165** Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

### *Exercices concernés*

**321** Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.

**328** Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.

**351** Exercices faisant intervenir des polynômes irréductibles.

14h - 17h. Intégration et Probabilités, Thierry Meyre. THÈME: .

### *Leçons concernées*

**246** Applications de l'analyse au calcul des grandeurs (longueur, aire, volume...).

### *Exercices concernés*

**425** Exemples de calculs d'aires et de volumes.

**426** Exemples et applications de calculs d'intégrales multiples.

## Samedi 13 avril

9h - 13h. Analyse, Georges Skandalis. THÈME: TOPOLOGIE.

### *Leçons concernées*

**204** Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.

**205** Espaces préhilbertiens: projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.

**206** Parties compactes de  $\mathbb{R}^n$ . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.

**208** Théorème du point fixe. Applications.

### *Exercices concernés*

**409** Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.