

# Leçons d'algèbre et géométrie

- 101:** Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.
- 102:** Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.
- 103:** Anneau  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.
- 104:** Nombres premiers.
- 106:** PGCD dans  $\mathbb{K}[X]$ , où  $\mathbb{K}$  est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.
- 107:** Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.
- 109:** Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.
- 110:** Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.
- 112:** Changements de bases en algèbre linéaire. Applications.
- 113:** Déterminants. Applications.
- 114:** Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.
- 117:** Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.
- 119:** Utilisation des nombres complexes en géométrie.
- 120:** Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications.
- 121:** Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications géométriques.
- 123:** Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.
- 125:** Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.
- 128:** Barycentres. Applications.
- 131:** Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.
- 137:** Droites et cercles dans le plan affine euclidien.
- 142:** Utilisation de groupes en géométrie.
- 143:** Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.
- 144:** Notion de rang en algèbre linéaire. Applications.
- 146:** Coniques.
- 150:** Diverses factorisations de matrices. Applications.
- 151:** Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
- 155:** Systèmes linéaires. Applications.
- 156:** Valeurs propres. Recherche et utilisation.
- 157:** Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$ .
- 158:** Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 159:** Algorithme d'Euclide. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.
- 163:** Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.
- 165:** Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

# Leçons d'analyse et probabilités

- 201:** Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.
- 202:** Séries à termes réels positifs. Applications.
- 203:** Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).
- 204:** Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.
- 205:** Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.
- 206:** Parties compactes de  $\mathbb{R}^n$ . Fonctions continues sur de telles parties. Exemples et applications.
- 207:** Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
- 208:** Problèmes de point fixe.
- 209:** Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.
- 210:** Séries entières de variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
- 212:** Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.
- 213:** Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre  $\pi$ .
- 215:** Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.
- 216:** Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.
- 217:** Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
- 218:** Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
- 219:** Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.
- 220:** Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.
- 221:** Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.
- 223:** Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.
- 224:** Équations différentielles linéaires d'ordre deux :  $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ , où  $a, b, c$  sont des fonctions continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ , à valeurs réelles ou complexes.
- 225:** Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.
- 227:** Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe  $C^1$ . Exemples.
- 228:** Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles. Applications.
- 229:** Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variables aléatoires de loi binomiale et approximations de la loi binomiale..
- 230:** Probabilité conditionnelle et indépendance. Variables aléatoires indépendantes. Variance, covariance. Exemples.
- 231:** Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.
- 232:** Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.
- 235:** Exponentielles de matrices. Applications.
- 237:** Construction de l'intégrale et lien avec les primitives.
- 241:** Diverses notions de convergence en analyse et en probabilités. Exemples.
- 244:** Inégalités en analyse et en probabilités. Par exemple : Cauchy-Schwarz, Markov, Bessel, convexité . . .
- 249:** Loi normale en probabilités et statistique.
- 251:** Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique.
- 254:** Algorithmes d'approximation du nombre  $\pi$ .
- 256:** Vitesse et accélération de convergence. Définition et exemples.
- 257:** Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.
- 258:** Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.

- 259:** Utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistique.
- 260:** Couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'utilisation.
- 262:** Étude métrique des courbes planes.
- 263:** Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie.
- 264:** Fonctions développables en série entière.
- 265:** Inversion locale, difféomorphismes. Applications.
- 266:** Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.
- 267:** La fonction Gamma.

## Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

- 301:** Exercices sur les groupes.
- 302:** Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ .
- 304:** Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.
- 305:** Exercices faisant intervenir les nombres premiers.
- 306:** Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en œuvre des algorithmes associés.
- 307:** Exercices faisant intervenir des dénombrements.
- 309:** Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .
- 310:** Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
- 311:** Illustrer différents usages de la notion de rang.
- 312:** Illustrer différents usages des matrices inversibles.
- 313:** Exercices illustrant l'utilisation de systèmes linéaires.
- 314:** Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.
- 315:** Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.
- 317:** Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.
- 319:** Exercices faisant intervenir des algorithmes de décomposition de matrices.
- 321:** Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.
- 322:** Exercices sur les formes quadratiques.
- 323:** Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
- 325:** Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.
- 326:** Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.
- 328:** Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.
- 330:** Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimensions 2 et 3.
- 334:** Exercices sur les coniques.
- 339:** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.
- 340:** Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.
- 342:** Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère.
- 345:** Exercices sur les triangles.
- 346:** Exemples de problèmes modélisés par des graphes.
- 348:** Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.
- 349:** Exemples de méthodes de chiffrement ou de codage.
- 350:** Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice.
- 351:** Exercices faisant intervenir des polynômes irréductibles.
- 353:** Exercices faisant intervenir la notion d'endomorphisme nilpotent.
- 354:** Exercices sur les cercles et les sphères.
- 355:** Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.
- 356:** Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.
- 357:** Exercices utilisant le corps  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ .

## Exemples et exercices d'analyse et probabilités

- 401: Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.
- 402: Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.
- 403: Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.
- 404: Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.
- 405: Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.
- 406: Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence.
- 407: Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.
- 408: Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.
- 409: Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.
- 410: Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.
- 411: Exemples d'étude de fonctions définies par une série.
- 412: Exemples de développement d'une fonction en série entière. Applications.
- 413: Exemples d'applications des séries entières.
- 414: Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.
- 415: Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
- 417: Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.
- 418: Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.
- 421: Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Illustration algorithmique.
- 422: Exemples d'étude d'intégrales impropres.
- 423: Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.
- 425: Exemples de calculs de longueurs, d'aires et de volumes.
- 426: Exemples et applications de calculs d'intégrales multiples.
- 427: Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
- 428: Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.
- 429: Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 430: Exemples d'équations différentielles issues de domaines variés (sciences expérimentales, économiques,...)
- 431: Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.
- 432: Exemples d'approximations d'un nombre réel. Illustration algorithmique.
- 434: Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
- 435: Exemples de modélisation en probabilités.
- 436: Exemples d'applications de l'intégration par parties.
- 437: Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.
- 438: Exemples de problèmes de dénombrement.
- 439: Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.
- 440: Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).
- 441: Exemples de systèmes différentiels linéaires en dimension 2 ou 3. Allure des trajectoires.
- 443: Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations  $F(X) = 0$ ,  $X$  désignant une variable réelle ou vectorielle.
- 444: Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Illustration algorithmique.
- 447: Exemples d'équations fonctionnelles.
- 448: Exemples d'utilisation d'intervalles de fluctuation et d'intervalles de confiance.
- 449: Exemples d'équations différentielles non linéaires.
- 451: Exemples d'applications des transformées de Fourier et Laplace.
- 452: Exemples d'applications du théorème des fonctions implicites.