

Description de l'activité

Cartes magiques 0-1

Niveaux concernés : du CP au CM2.

Effectif : un groupe de 8 élèves maximum (plus le groupe est petit, mieux c'est), ou en classe entière.

Durée de l'atelier : de 30 à 40 minutes suivant le niveau.

Matériel à prévoir : 35 cartes avec un 0 au recto et un 1 au verso dont 25 blanches et 10 rouges, une feuille blanche, un stylo bleu et un stylo rouge.



Objectif. Utiliser la notion de parité, travailler sur les lignes et les colonnes (et leur intersection). Apprendre à raisonner, valider (ou pas) une hypothèse (conjecture). Recherche de solutions.

L'activité. L'activité est présentée comme un tour de magie : les enfants étalent à leur convenance 25 cartes blanches (elles ont un 0 d'un côté et un 1 de l'autre) sur la table pour former un carré de 0 et de 1 de cinq cartes sur cinq cartes. La personne présentée comme un magicien arrive et ajoute une ligne de cinq cartes rouges et une colonne de cartes rouges (elles aussi ont un 0 d'un côté et un 1 de l'autre). Le magicien ferme les yeux ou se retourne et les enfants retournent une carte blanche (un 1 devient 0 ou un 0 devient un 1). Quand le magicien revient, il devine en un instant la carte qui a été retournée.

Comment a-t-il fait pour trouver aussi rapidement ? Est-ce que ce sont les cartes rouges qui sont magiques et qui lui ont indiqué quelle carte avait été retournée ?

Le travail du "magicien". Il est face à un tableau de 5 lignes et 5 colonnes de 0 et de 1 (voir par exemple la figure suivante).

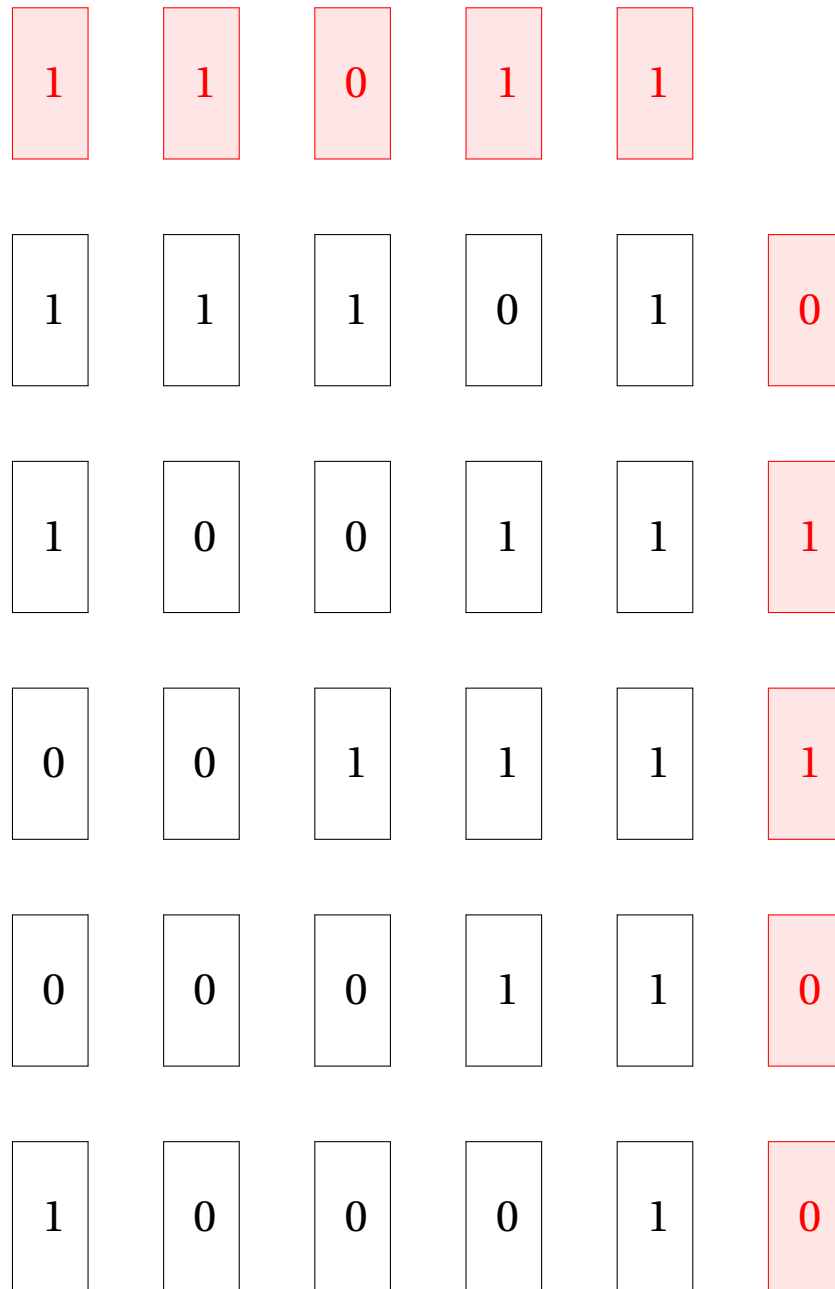
1	1	1	0	1
1	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	1	1
1	0	0	0	1

Il a 10 cartes rouges dans la main, elles aussi avec un 0 et un 1 de chaque côté. Il les place de la manière suivante autour du tableau :

- si le nombre de 1 dans une colonne est pair, alors il place une carte rouge côté 0 visible au-dessus de cette colonne ;
- si le nombre de 1 dans une colonne est impair, alors il place une carte rouge côté 1 visible au-dessus de cette colonne (moyen mnémotechnique : 1 pour **impair**) ;

- si le nombre de 1 dans une ligne est pair, alors il place une carte rouge côté 0 visible à droite de cette ligne ;
- si le nombre de 1 dans une ligne est impair, alors il place une carte rouge côté 1 visible à droite de cette ligne.

En reprenant l'exemple précédent, on obtient



Ensuite il se retourne et demande à un élève de retourner *une et une seule* des 25 cartes *blanches* du tableau, c'est-à-dire de changer un 0 en 1 ou bien un 1 en 0. Toujours avec le même exemple, on peut avoir

1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0

Le "magicien" se met de nouveau face au tableau. Il regarde alors si la parité pour chaque colonne et chaque ligne est vérifiée grâce aux cartes

rouges qu'il avait posées. Dans notre exemple, il y a trois 1 dans la première colonne et le magicien avait mis la carte rouge du côté 1 donc il n'y a pas eu de changement sur cette colonne. On procède de même avec la deuxième et la troisième colonne. Pour la quatrième colonne, il y a deux 1 mais la carte rouge indique 1, c'est-à-dire un nombre impair de 1. Il y a donc eu un changement de carte sur la quatrième colonne. On procède de même pour les lignes : pas de problème pour les deux premières. Pour la troisième ligne, on compte deux 1 alors que la carte rouge indique un 1. Donc un changement de carte a eu lieu sur la troisième ligne. La carte que l'élève a retournée est donc la carte à l'intersection de la 4^{ème} colonne et de la 3^{ème} ligne.

Déroulement de l'activité avec les élèves. On commence par donner les cartes blanches aux enfants et on leur demande de les mettre en un tableau de 5 lignes et de 5 colonnes (on pourra commencer par leur montrer ce qu'on attend). On prend ensuite les cartes rouges en prétextant qu'elles sont magiques et on les dispose sur le côté du tableau (se reporter à la partie "Explication de l'activité") sans explication aux enfants. On se retourne et on demande à un enfant de retourner *une et une seule* carte blanche. Puis on découvre laquelle a été retournée (voir "Explication de l'activité").

On recommence une deuxième fois le tour, puis on demande aux enfants s'ils ont une idée de comment on fait, s'ils croient vraiment qu'il y a de la magie. Si les enfants proposent des conjectures non valides, on pourra leur demander d'essayer de les justifier puis leur montrer à l'aide d'un contre-exemple pourquoi elles sont fausses. Voici quelques

exemples courants de réactions.

- Les premières hypothèses sont souvent simples : "Tu as vu", "Tu savais avant", etc.
- "Le magicien arrive à trouver la carte qui a été retournée parce qu'il a appris le tableau par cœur". On peut commencer par dire aux enfants que vous ne saviez pas quel côté de la carte ils allaient choisir, donc vous ne pouviez pas apprendre le tableau à l'avance. Ensuite faire rapidement le tour plusieurs fois de suite aux enfants et leur expliquer que ce n'est pas possible d'apprendre autant de tableaux par cœur en si peu de temps. On peut aussi leur dire qu'on utilise les cartes rouges justement parce qu'on ne veut pas apprendre par cœur.
- "On met un 1 quand il y a plus de 1 que de 0". S'il y a un contre-exemple sur le tableau, le leur montrer. Sinon, créer un tableau où une des lignes possède un seul 1 et quatre 0.
- "On met un 1 quand la ligne ou la colonne commence par un 1". S'il y a un contre-exemple sur le tableau, le leur montrer. Sinon, créer un tableau où une des lignes commence par un 0 puis trois 1 puis un 0.
- Il arrive que les élèves évoquent des "groupes" ou des "paquets" de 1 (ou de 0) : "tu fais des groupes de [de deux] 1 et quand tu ne peux pas tu mets 1", on n'est pas loin de l'idée de paire (mais le passage de la paire aux nombres pairs n'est pas simple).

Si aucune réponse ne permet de parler de parité, on peut refaire le tableau et le positionnement des cartes rouges très lentement.

Si cela n'aide pas, on peut alors proposer de compter le nombre de 1 sur chaque ligne (ou d'additionner les nombres de chaque ligne, même ré-

sultat bien sûr, mais procédure et statut des nombres un peu décalés).
On peut aussi distancier le matériel : recopier les colonnes et les lignes de 0 et de 1 au tableau.

On peut enfin prendre la feuille de papier et le stylo. On fait le tableau suivant :

Nombre de 1	Carte rouge
0	→
1	→
2	→
3	→
4	→
5	→

On regarde ensuite avec eux : "dans la première colonne, combien y a-t-il de 1?" "3 et j'ai mis un 1". On complète le tableau :

Nombre de 1	Carte rouge
0	→
1	→
2	→
3	→ 1
4	→
5	→

On continue avec les autres lignes et colonnes. Avec l'exemple de la sec-

tion "Explication de l'activité" le tableau est complété de cette manière :

Nombre de 1		Carte rouge
0	→	
1	→	1
2	→	0
3	→	1
4	→	
5	→	1

Demander aux enfants de compléter les lignes restantes.

On leur fait ensuite remarquer que 0, 2 et 4 cartes 1 donnent 0 comme carte rouge. On encadre alors ces chiffres en bleu dans le tableau. 1, 3 et 5 cartes 1 donnent 1 comme carte rouge. On encadre alors ces chiffres en rouge dans le tableau.

Nombre de 1		Carte rouge
0	→	0
1	→	1
2	→	0
3	→	1
4	→	0
5	→	1

Demander aux enfants s'ils savent comment s'appellent les nombres 0, 2, 4, mais aussi 6, 8, 10, etc. S'ils n'ont pas trouvé, leur dire qu'il s'agit des nombres pairs et que les autres s'appellent les nombres impairs. On met

donc un 1 quand on a un nombre *impair* de 1, et on met 0 quand on a un nombre pair de 1. Maintenant que les enfants savent comment on place les cartes rouges, leur demander comment on fait alors pour trouver la carte qui a été retournée grâce à elles. Si les élèves semblent à l'aise, on peut commencer par poser la question sans exemple.

Sinon, on peut faire un exemple en refaisant un carré de cartes blanches, en positionnant les cartes rouges et en retournant une carte blanche (il est possible de montrer laquelle aux élèves ou non). On pourra leur demander de vérifier si le nombre de 1 sur chaque colonne est le bon, et demander à un enfant de mettre un doigt sur la colonne qui est fausse. En faisant la même chose avec les lignes, ils pourront découvrir que la carte retournée est la carte à l'intersection de la colonne et de la ligne fausses. Demander si les enfants ont compris. Si personne n'a compris, on recommence l'explication. Si certains ont compris, se faire aider de ces enfants pour expliquer aux autres. Enfin, faire faire le magicien aux enfants en les aidant si besoin, en gardant le tableau de parité à côté par exemple. On peut aussi plus tard, demander au groupe d'élèves de faire le tour de magie aux autres élèves de la classe.

Réactions des enfants. Les enfants sont toujours enthousiastes à rechercher le truc ou l'astuce de quelqu'un qui se présente comme un magicien. La motivation est grande. La réflexion en groupe permet une progression collective vers la solution (chacun apportant une idée dont peut se saisir un autre pour continuer à réfléchir). L'activité est facilement vue comme un jeu. Cela a des côtés positifs (parole libérée, il n'y a pas une bonne réponse, peu d'autocensure, y compris des élèves habituellement plus en

difficulté), mais aussi des inconvénients (parfois la parole vient avant la réflexion et l'observation).

Variations. Les élèves de CP ne connaissent pas la notion de parité. On peut leur faire le tableau "Nombre de 1 / Carte rouge" puis leur faire faire le magicien grâce à lui, sans parler de la notion de parité. Les élèves de CP ne connaissent pas toujours la notion de ligne et de colonne. On peut alors les faire participer en les faisant identifier des lignes ou des colonnes chacun leur tour (et matérialiser l'intersection de la ligne et de la colonne fausses avec deux règles). Pour les CP ou si les élèves ne comprennent pas bien, il peut y avoir une variante avec une étape intermédiaire où on utilise un tableau plus petit, 3x3 par exemple. Pour les CP, on peut commencer par faire le tour de magie sur le tableau 3x3. On peut effectuer cette activité en classe entière en collant les cartes au tableau avec de la pâte à fixe (ou avec des aimants).

Pour aller plus loin. On peut accentuer l'aspect repérage dans le plan.

Annexes. Jeu de cartes à imprimer en recto verso sur papier blanc (25 cartes) et rouge (10 cartes) et à plastifier éventuellement.