Rubik's cube

Question 1. Travailler sur le Rubik's 2x2x2 revient à travailler sur les coins du Rubik's 3x3x3.

Question 2. Pour le Rubik's 2x2x2, un "mouvement simple" revient à tourner une des faces du cube, il y a donc 2+2+2=6 mouvements simples possibles. Pour le Rubik's 3x3x3, on peut aussi tourner les 3 rangées qui sont "au milieu" du cube, il y a donc 3+3+3=9 mouvements simples possibles.

Question 3. Les axes de rotation sont les axes x, y et z.

Question 4. On note A, B, C et D les quatre coins du bas du cube, dont les bonnes places sont $\begin{array}{|c|c|}\hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline\end{array}$. On regarde tous les cas possibles.

- Si 2 coins sont à leur place, soit il s'agit de deux coins adjacents, disons A et B, et dans ce cas il suffit d'appliquer une fois le premier algorithme pour intervertir C et D :

$$\begin{array}{|c|c|}\hline C & D \\ \hline A & B \\ \hline\end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline\end{array},$$

soit il s'agit de deux coins opposés, disons A et C, et il faut appliquer trois fois le premier algorithme pour les placer tous dans la bonne position (notez que C est déplacé puis replacé) :

$$\begin{array}{|c|c|}\hline \color{red}{B} & \color{red}{C} \\ \hline A & D \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline C & \color{red}{B} \\ \hline A & \color{red}{D} \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline \color{red}{C} & \color{red}{D} \\ \hline A & B \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array}.$$

- Si 1 seul coin est à sa place, disons A, il il a deux configurations possibles pour les 3 autres coins, qu'on peut repositionner à leur place en appliquant deux fois le premier algorithme :

$$\begin{array}{|c|c|}\hline C & \color{red}{B} \\ \hline A & \color{red}{D} \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline \color{red}{C} & \color{red}{D} \\ \hline A & B \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array},$$

ou

$$\begin{array}{|c|c|}\hline \color{red}{B} & \color{red}{D} \\ \hline A & C \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline D & \color{red}{B} \\ \hline A & \color{red}{C} \\ \hline \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array}.$$

- Si 3 coins sont à leur place, le 4ème aussi !

- Si aucun coin n'est à sa place, il suffit de tourner la face du bas du Rubik's cube jusqu'à ce qu'au moins un des coins soit à sa place, et on est ramené à un des cas précédents.

Question 5. On regarde à nouveau tous les cas possibles.

- Si exactement un coin est bien orienté, disons A, on applique l'algorithme 2 laissant A invariant, une ou deux fois. Les 3 autres coins seront orientés dans le bon sens en même temps : ça n'est pas évident, mais c'est dû aux contraintes de la structure du Rubik's cube.

- **Si exactement 2 coins sont bien orientés, disons A et B (adjacents ou non), on applique l'algorithme 2 en laissant C invariant, une ou deux fois, de sorte que A et B soient mal orientés et que D soit bien orienté, puis on est ramené au cas précédent puisque seul D est bien orienté.**

- **Il n'est pas possible qu'exactement 3 coins soient bien orientés, encore une fois à cause des contraintes liées à la structure du Rubik's cube.**

- **Si aucun coin n'est bien orienté, on applique l'algorithme 2 une ou deux fois en fixant le même coin, jusqu'à ce qu'au moins un coin soit bien orienté et que l'on se retrouve dans l'un des cas précédents.**

Question 6. L'annexe décrit une méthode complète pour résoudre le Rubik's 3x3x3.