

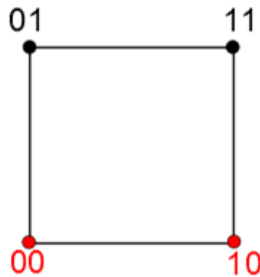


Stand Baguenaudier

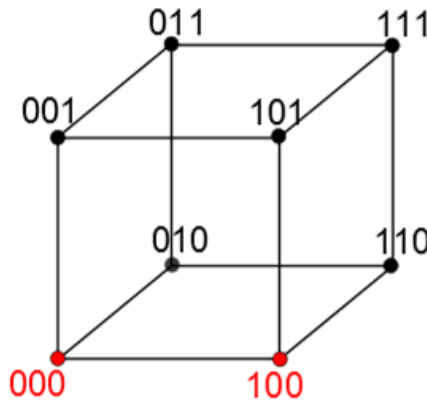
Blabla introductif... + image ?

1 - Chemins hamiltoniens

A - On code les sommets du carré par leurs coordonnées. Pouvez-vous trouver un chemin sur les bords du carré qui passe une et une seule fois par chaque sommet ?



B- Saurez-vous répondre à la même question avec un cube ? Y-a-t-il une seule solution ?



C- Au niveau du codage des sommets, comment se traduit le fait que deux sommets qui se suivent sur le chemin solution sont reliés par une arête ?

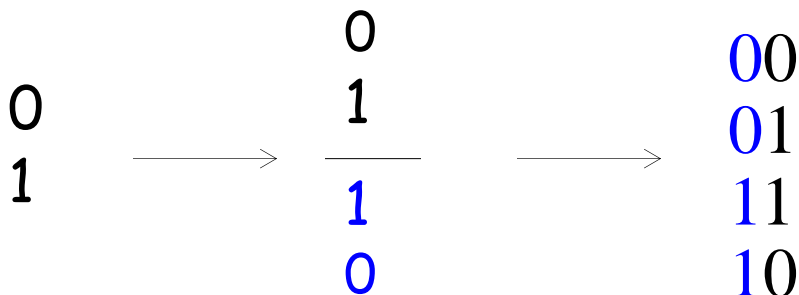
2 - Code de Gray

On construit ici le code de Gray.

Chaque "mot" du code est composé uniquement de 0 et de 1, et le nombre de lettres total de tous les mots est fixé à l'avance.

Le code de Gray à une lettre est le code : $\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$

Le code de Gray à deux lettres est obtenu à partir du code de Gray à une lettre par "image miroir" : à partir de l'écriture du code de Gray à une lettre, on construit son symétrique, puis on ajoute une colonne en mettant des 0 dans la première moitié et des 1 dans la deuxième.



A- Vérifiez que le code de Gray à 2 lettres donne un chemin solution du problème précédent dans le carré.

B- Avec la même méthode d'image miroir, écrire le code Gray à 3 lettres.

C- Obtient-on un chemin solution pour le cube ?



2 - Code de Gray

De la même façon, on peut construire le code de Gray pour un nombre quelconque de lettres, en construisant tous les codes plus petits.

D- Combien de mots y-a-t-il dans le code de Gray à n lettres ?

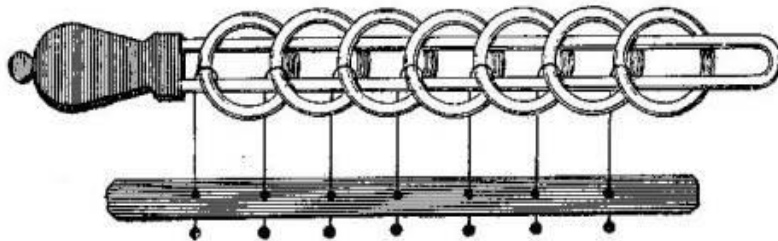
E- Remarquez que le code Gray à n lettres donne un chemin dans un "cube de dimension n " qui passe une et une seule fois par chaque sommet !

F- Si deux mots se suivent dans le code, combien de lettres différentes ont-ils ?

G- Plus précisément, observez le code de Gray à 3 lettres construit en étape B. Pouvez-vous conjecturer la règle permettant de passer d'un mot au suivant (quelle(s) lettre(s) change(nt)) ?

3- Le baguenaudier

On passe maintenant au baguenaudier.
C'est un puzzle ; il s'agit d'enlever tous les anneaux
de la tringle.



Quels mouvements peut-on faire à chaque étape :

- le 1er anneau (le plus à droite sur la figure) peut toujours être entré ou sorti de la tringle.
- l'anneau derrière le 1er anneau enlacé peut aussi être bouger en dehors ou dedans la tringle.

Arriverez-vous à défaire ce puzzle ?

A- Comment coder le problème ?

B- Quel est le lien avec le code de Gray ?

C- Proposer une solution.



3- Le baguenaudier

Imaginons un baguenaudier avec un nombre n d'anneaux.

D- En fonction de la parité de n , quel est le premier mouvement à faire pour démêler le baguenaudier ?

E- Quel est le nombre minimum de mouvements nécessaires pour démêler le baguenaudier ?

F- Entrelacs Brunniens : ...