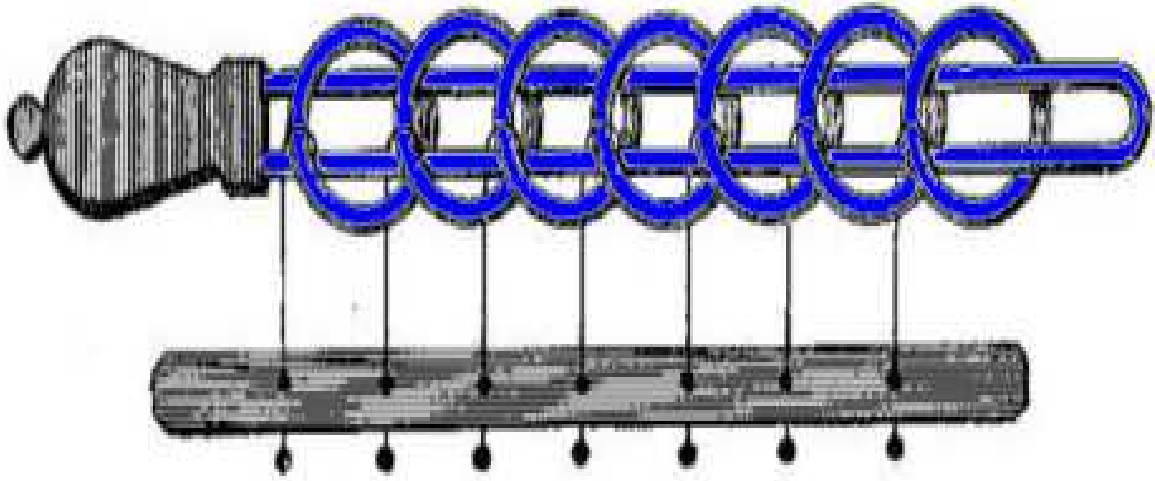
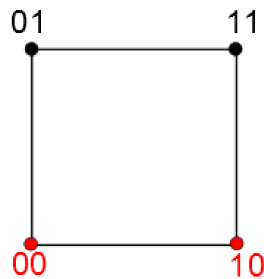


Stand Baguenaudier

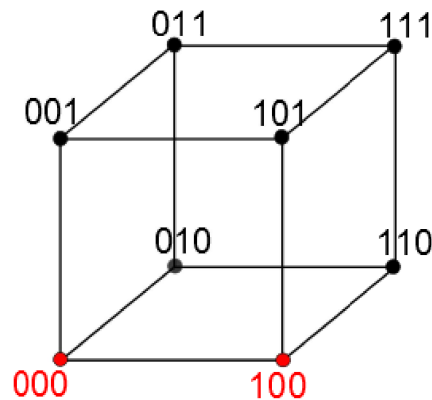


1 - Chemins hamiltoniens

A - On code les sommets du carré par leurs coordonnées. Écrivez la suite des sommets du chemin reliant les sommets 00 et 10, en passant une et une seule fois par chaque sommet.



B- Saurez-vous répondre à la même question avec un cube, en trouvant un chemin reliant les sommets 000 et 100 en passant une et une seule fois par chacun des sommets du cube ?



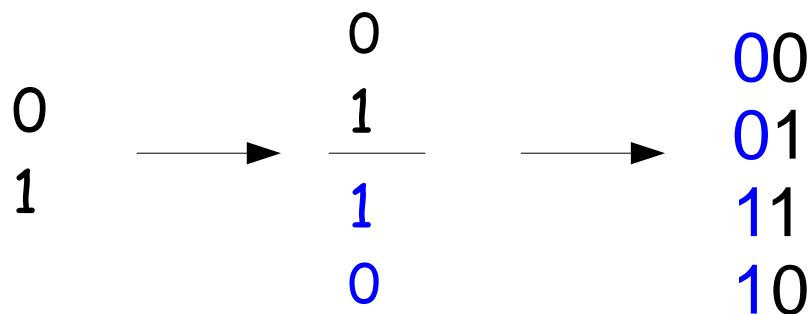
C- Au niveau du codage, comment se traduit le fait que deux sommets qui se suivent sur le chemin solution sont reliés par une arête ?

2 - Code de Gray

On construit ici le code de Gray. Chaque "mot" du code est composé uniquement de 0 et de 1, et le nombre de lettres total de tous les mots est fixé à l'avance.

Le code de Gray à une lettre est composé de deux mots : $\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$

Le code de Gray à deux lettres est obtenu à partir du code de Gray à une lettre par "image miroir" : à partir de l'écriture du code de Gray à une lettre, on construit son symétrique, puis on ajoute une colonne en mettant des 0 dans la première moitié et des 1 dans la deuxième.



A- Remarquez que d'un mot au suivant il n'y a qu'une seule lettre qui change. Vérifiez que le code de Gray des mots à 2 lettres donne le chemin solution du problème précédent dans le carré.

B- Avec la même méthode d'image miroir, construire le code Gray à 3 lettres.

C- Obtient-on un chemin solution pour le cube ?



2 - Code de Gray

De la même façon, on peut construire le code de Gray pour un nombre quelconque de lettres, en construisant tous les codes plus petits.

D- Combien de mots y a-t-il dans le code de Gray à n lettres ?

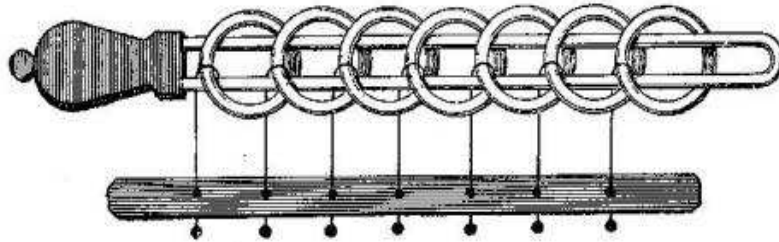
En fait le code Gray à n lettres donne un chemin dans un "cube de dimension n " qui passe une et une seule fois par chaque sommet !

E- Si deux mots se suivent dans le code, combien de lettres différentes ont-ils ?

F- Plus précisément, pouvez-vous conjecturer la règle permettant de passer d'un mot au suivant (quelle(s) lettre(s) change(nt)) ?

3- Le baguenaudier

On passe maintenant au baguenaudier.
C'est un casse-tête ; le but est d'enlever tous les anneaux de la tringle.



Voici les mouvements autorisés à chaque étape :

- le 1er anneau (le plus à droite sur la figure) peut toujours être mis en position d'enlacement ou sorti de la tringle ;
- l'anneau derrière le 1er anneau enlacé peut être bougé pour être mis en position d'enlacement ou sorti de la tringle.

Arriverez-vous à résoudre ce casse-tête ?

A- Comment coder le problème ?

B- À l'aide de l'étape 2-F, trouvez quel est le lien avec le code de Gray.

C- Proposez une solution.



3- Le baguenaudier

Imaginons un baguenaudier avec un nombre n d'anneaux.

D- En fonction de la parité de n , quel est le premier mouvement à faire pour démêler le baguenaudier ?

E- Quel est le nombre minimum de mouvements nécessaires pour démêler le baguenaudier ?

F- Imaginons un baguenaudier à 30 anneaux. En comptant qu'on peut faire 64 mouvements par minute et qu'on est prêt à y passer 10h chaque jour, combien de temps environ faudra-t-il pour défaire ce baguenaudier ?