

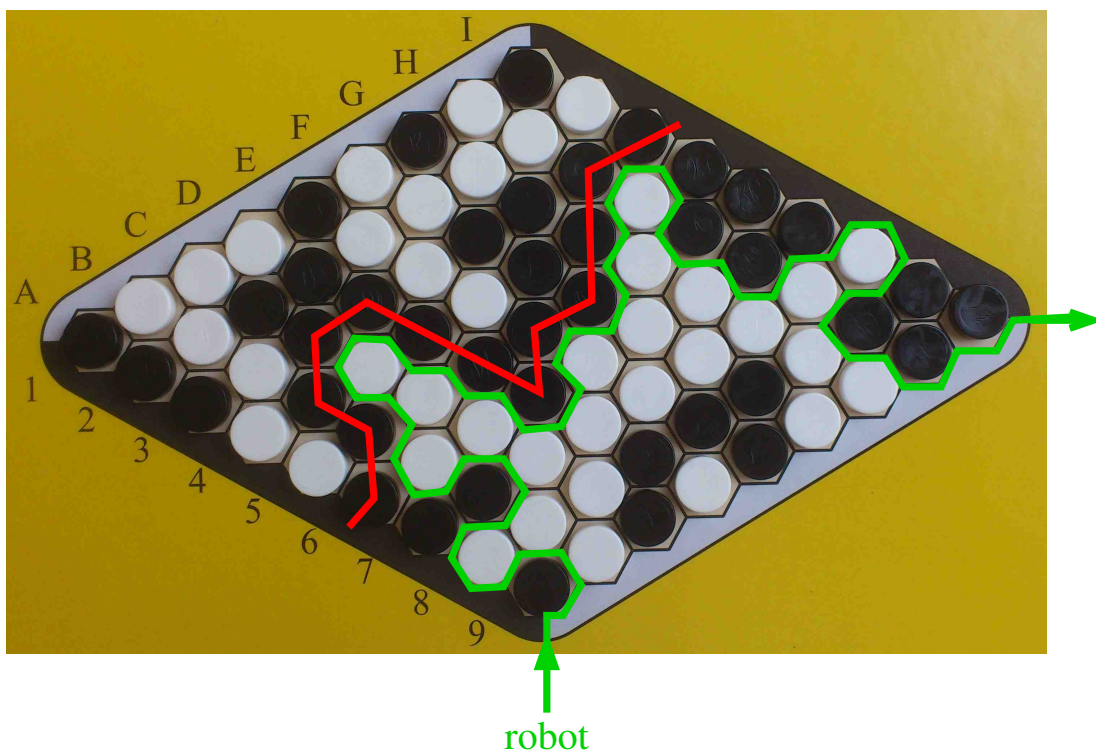


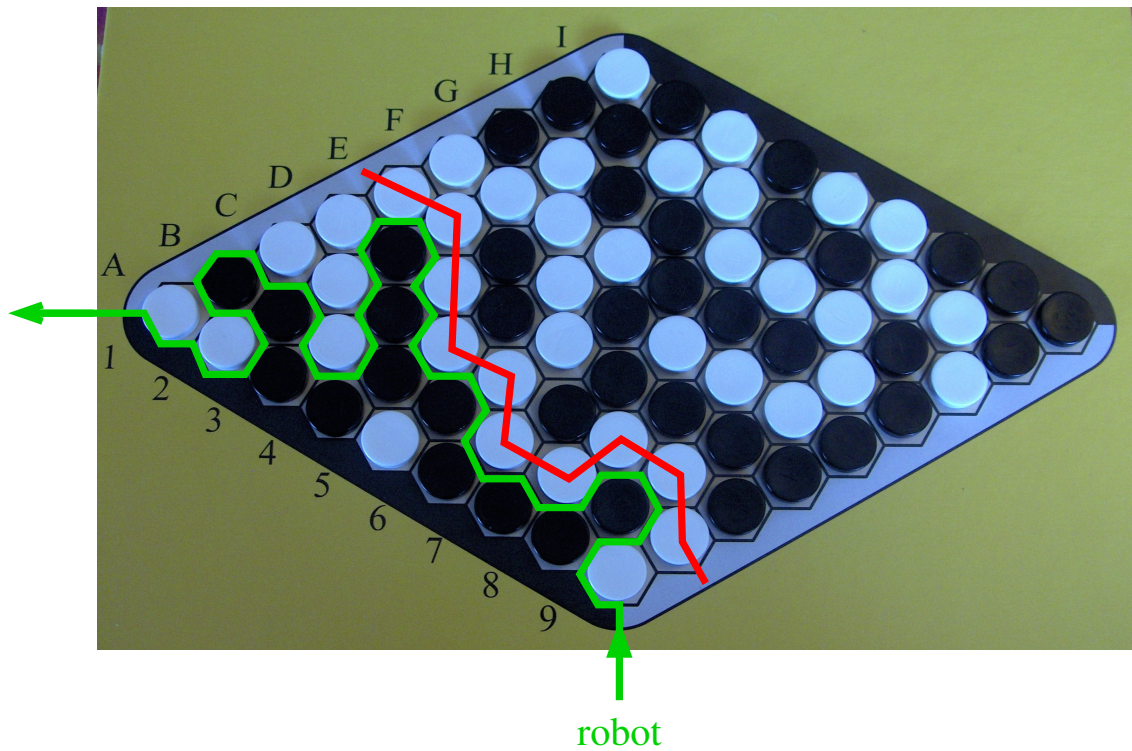
Jeu de Hex

Pour mieux connaître le jeu de Hex, vous pouvez lire l'article de Frédéric Le Roux à ce sujet sur le site d'Images des Maths, dans la catégorie "Objet du mois". Rendez-vous sur

<http://images.math.cnrs.fr/Le-jeu-de-Hex.html>

Dans cet article, vous trouverez les réponses à toutes les questions du stand - et même plus ! - sauf celles de la partie 2 concernant les robots. En effet, l'impossibilité d'aboutir à une partie nulle y est expliquée à l'aide d'un argument différent. Nous allons donc nous contenter de revenir sur le rôle des robots.



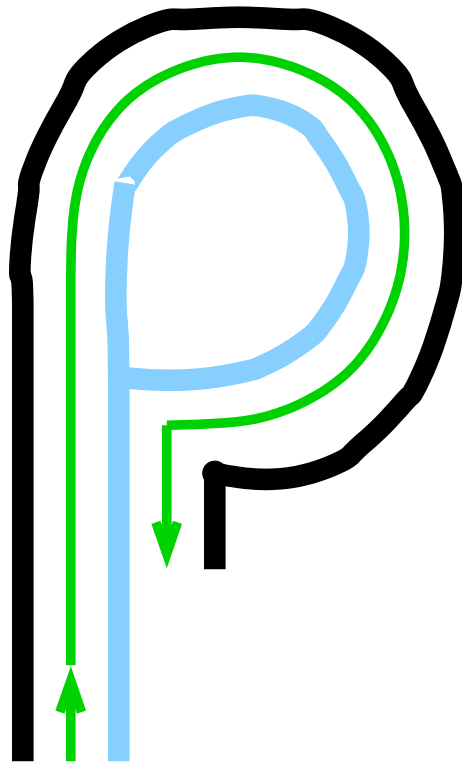


Vous voyez sur les figures ci-dessus les trajets effectués par les robots sur les deux exemples proposés. Dans l'exemple du haut, on a dessiné en rouge un chemin gagnant pour Noémie : ce chemin constitue une partie du bord gauche du trajet du robot. Dans l'exemple du bas, on a tracé en rouge un chemin gagnant pour Bertrand : ce chemin constitue une partie du bord droit du trajet du robot.

En fait le robot commence éventuellement par "rebondir" quelques fois contre les bords inférieurs du plateau, noir comme blanc. Puis il entame sa traversée du plateau. S'il touche en premier le bord supérieur noir du plateau, comme dans le premier exemple, alors il a tracé sur sa gauche un chemin noir qui est gagnant pour Noémie. S'il atteint d'abord le bord supérieur blanc du plateau, comme dans le deuxième exemple, alors il a tracé sur sa droite un chemin blanc qui est gagnant pour Bertrand.

On peut voir qui a gagné uniquement en regardant par où le robot sort du plateau. Le robot ne peut a priori sortir du plateau que par les 4 coins de celui-ci. Quand on y regarde de plus près, on s'aperçoit que pour laisser toujours le noir sur sa gauche et le blanc sur sa droite, le robot ne peut emprunter que 2 de ces 4 sorties potentielles : le coin à gauche et le coin à droite. Si le robot atteint le bord supérieur noir du plateau avant d'atteindre le bord supérieur blanc, il va continuer sa course en "rebondissant" sur ce bord éventuellement plusieurs fois, mais puisqu'il doit laisser ce bord à sa gauche il finira par sortir du plateau par le coin à droite. Inversement, si le robot a touché le bord supérieur blanc en premier, il laissera ce bord sur sa droite et sortira donc par le coin gauche du plateau. Bilan : si le robot sort par la droite, c'est Bertrand qui gagne, si le robot sort par la gauche, c'est Noémie !

Mais comment être sûr que le robot finit par sortir du plateau ? En fait le robot ne peut jamais repasser par un endroit où il est déjà passé. Regardons le dessin ci-dessous, qui représente très schématiquement le trajet du petit robot (en vert).



Le robot laisse toujours du noir sur sa gauche (pions ou bord) et du blanc (pions ou bord) sur droite. Sur le dessin, on a représenté le blanc par la couleur bleue pour qu'il soit visible. Le robot se déplace donc sur la frontière entre une région blanche et une région noire. Quand le robot essaie de revenir vers un endroit par lequel il est déjà passé, il peut soit faire un demi-tour sur sa droite, soit un demi-tour sur sa gauche. S'il tourne sur sa droite, comme sur le schéma, avant de pouvoir rejoindre un point par lequel il est déjà passé, il se retrouve confronté à une barrière de blanc. Face à cette barrière, il est obligé de tourner (il laisse toujours le blanc sur sa droite !), et il va devoir se contenter de longer son ancienne trajectoire sans pouvoir la rejoindre. De même si le robot fait demi-tour par la gauche : il se trouve alors confronté à une barrière de noir qui l'oblige encore à tourner, l'empêchant ainsi de repasser pas un endroit par lequel il est déjà passé. Le robot ne peut donc pas passer deux fois au même endroit... mais il

n'y a qu'un nombre fini de frontières de cases le long desquelles il peut se déplacer. Le robot doit donc sortir du plateau en un temps fini.

On en déduit qu'il ne peut pas y avoir de partie nulle au jeu de Hex. S'il y a partie nulle, alors il n'y a pas eu de gagnant à aucun moment du jeu donc les joueurs ont continué à poser leurs pions sur le plateau jusqu'à le recouvrir entièrement. Mais si le plateau est entièrement recouvert de pions, on vient de voir qu'il suffit de lancer un petit robot dessus pour déterminer à coup sûr qui des deux joueurs a gagné !