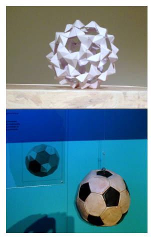
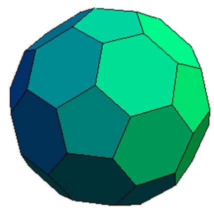
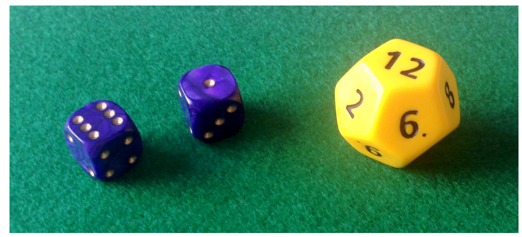
Probabilités et football







À la découverte des probabilités

⚀ **On joue avec deux dés à 6 faces. Essayez de trouver intuitivement quelle est la probabilité :**

- **d'obtenir un ⚁ avec un dé à 6 faces ?**
- **de ne pas obtenir un ⚁ avec un dé à 6 faces ?**
- **d'obtenir ⚀⚀ en lançant deux dés à 6 faces ?**
- **d'obtenir un total de 5 en lançant deux dés à 6 faces ?**
- **d'obtenir un total plus petit que ou égal à 5 en lançant deux dés à 6 faces ?**

⚁ **On joue maintenant avec un dé à 12 faces. Intuitivement quelle est la probabilité d'obtenir un 2 ?**

⚂ Si on lance un certain nombre de fois les deux dés à 6 faces, en notant la somme des 2 dés, puis qu'on lance le même nombre de fois le dé à 12 faces, pensez-vous que les différents résultats possibles apparaissent à peu près le même nombre de fois ?

⚃ Vous allez maintenant lancer ces trois dés.

- Notez dans le tableau 1 les résultats obtenus pour la somme des deux dés à 6 faces et pour le dé à 12 faces. Répétez l'expérience jusqu'à ce que le tableau soit rempli.

- Comptez le nombre de fois où apparaît chacun des nombres 1, 2, . . . 12, pour le dé à 12 faces d'une part et pour la somme des résultats des dés à 6 faces d'autre part, et complétez le tableau 2.

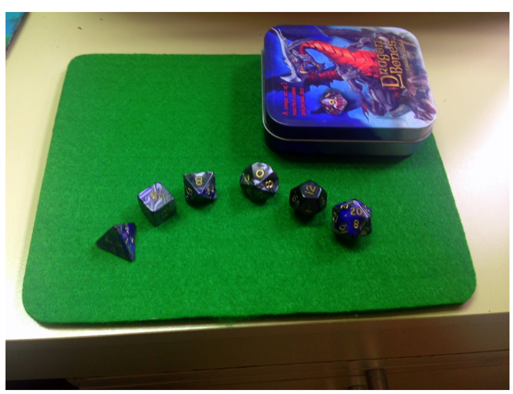
- Si vous divisez le nombre de fois où vous avez obtenu un résultat par le nombre de lancers de dés effectués, vous obtenez la fréquence de ce résultat. Calculez les fréquences pour les résultats du tableau précédent et complétez le tableau 3.

⚄ Utilisez le tableau des fréquences (tableau 3) pour répondre aux questions suivantes, et comparez vos réponses avec celles données intuitivement au début. Quelle est la fréquence d'apparition :

- du résultat 2 avec un dé à 12 faces ?
- de ⚀⚀ en lançant deux dés à 6 faces ?
- d'un total de 5 avec deux dés à 6 faces ?
- d'un total plus petit que ou égal à 5 en lançant deux dés à 6 faces ?

Les fréquences des différents résultats sur la somme de deux dés à 6 faces et sur le dé à 12 faces sont-elles les mêmes ?

⚅ Les fréquences de buts marqués par rapport au nombre de tirs des équipes de Ligue 1 lors de la saison 2014/2015 sont données dans le tableau 4. On peut imaginer que les lancers de dés représentent les tirs d'une équipe, et qu'obtenir un nombre particulier, par exemple le 1, signifie que l'équipe marque un but. Si vous avez le choix entre des dés avec 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 et 20 faces, complétez le tableau 4 en rajoutant le nombre de faces du dé que vous utiliseriez pour modéliser les tirs !



⚽⚽⚽

Le paradoxe des anniversaires

Parfois, on peut avoir une bonne intuition à propos des probabilités des événements. Mais attention, il existe plein de résultats qui ne sont pas du tout intuitifs ! L'un d'entre eux concerne le "paradoxe des anniversaires".

⚀ À votre avis, sans aucun calcul, combien faut-il de personnes dans un groupe pour qu'il y ait plus d'une chance sur deux qu'il y ait dans ce groupe au moins une personne ayant la même date d'anniversaire que la vôtre ?
S'il y a 30 personnes, pensez-vous qu'il est probable que quelqu'un partage votre date d'anniversaire ?

⚁ À votre avis, toujours sans calculs, combien de personnes doivent être réunies pour qu'il y ait plus d'une chance sur deux qu'il y ait au moins deux personnes partageant la même date d'anniversaire ?
Si 30 personnes sont réunies, pensez-vous qu'il soit probable qu'il y ait au moins deux personnes partageant la même date d'anniversaire ?

⚂ Vous avez à votre disposition les tables des dates de naissance des joueurs de la coupe du monde de football 2014. Dans chaque équipe, il y a 30 joueurs.

- Dans combien d'équipes y a-t-il un joueur ayant la même date d'anniversaire que vous ?

- Pouvez-vous en déduire une estimation de la probabilité que quelqu'un partage votre date d'anniversaire dans un groupe de 30 personnes ?

⚃ **Reprenez les tables des dates de naissance des joueurs.**

- Dans combien d'équipes y a-t-il au moins 2 joueurs ayant la même date d'anniversaire ?

- Pouvez-vous en déduire une estimation de la probabilité qu'au moins deux personnes partagent la même date d'anniversaire dans un groupe de 30 personnes ?

Ces estimations sont-elles proches de vos prévisions ?

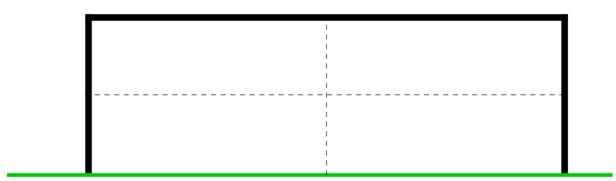
⚽⚽⚽

Tirs au but : une introduction à la modélisation mathématique

Le tableau suivant indique le nombre de tirs au but durant les trois dernières années de la Ligue 1 (en France) et des trois dernières finales de Coupe du monde, et le calcul des fréquences correspondantes !

	Ligue 1 14/15	Ligue 1 13/14	Ligue 1 12/13	WC2014	WC2010	WC2006
Tirs au but tentés	126	79	71	36	32	26
Tirs au but réussis	103	66	64	26	23	38
Fréquence (en %)	81,75%	83,54%	90,14%	72,22%	71,88%	68,42%

En fait, dans la plupart des ligues et championnats de football, environ 70 % à 80 % de tirs au but se transforment en buts. Essayons, par une modélisation probabiliste simple, de retrouver l'ordre de grandeur de ces chiffres.



⊡ Imaginez le scenario suivant : la cage est divisée en 4 zones, et le gardien arrête le tir s'il devine dans quelle partie de la cage le tireur envoie le ballon - sinon, le tir au but est réussi et le but est marqué !

- Quelle est la probabilité que le gardien devine où il doit se placer pour arrêter le tir ?
- Quelle est la probabilité de marquer un but dans ce scénario simple ?
- Les hypothèses de ce scénario sont-elles réalistes ? Que manque-t-il ?

⚁ D'après vous, du point de vue du gardien, en combien de zones est-il raisonnable de considérer que la cage est divisée ? Le symbole ⚽ va représenter ce nombre.

Devant vous se trouvent des perles en plastique de deux couleurs. Prenez ⚽-1 perles de couleur 1 et 1 perle de couleur 2 et mettez-les dans la première boîte. La perle de couleur 2 représente le gardien arrêtant le but.

Si vous fermez les yeux et que vous choisissez une perle dans la boîte, quelle est la probabilité de tirer une perle de couleur 1 ?

⚂ En plus du gardien arrêtant le ballon, pour quelle autre raison un tir au but peut ne pas être marqué ? Pensez à Zlatan Ibrahimović ou à David Trézéguet...

Évidemment, chez les professionnels, il est peu probable qu'un joueur manque la cage. Choisissez un pourcentage dans le tableau ci-dessous et prenez le nombre de perles correspondant. Mettez-les dans la deuxième boîte. Les perles de couleur 2 représentent les loupés.

Pourcentage de tirs loupés	2 %	4 %	5 %	6 %	8 %	10 %
Nombre de perles de couleur 1	49	24	19	47	23	9
Nombre de perles de couleur 2	1	1	1	3	2	1

⚃ Maintenant, fermez les yeux et tirez une perle dans la "boîte du tireur". Si la perle tirée est de couleur 2, le tireur a loupé la cage et le but n'est pas marqué. Sinon, tirez une perle dans la "boîte du gardien". Si celle-ci est de couleur 1, cela correspond dans notre modèle à un but marqué ; si elle est de couleur 2, cela correspond à un but loupé. Notez le résultat du tirage dans le tableau 6, remettez les perles dans leurs boîtes de départ et recommencez l'expérience 30 fois.

- Quel est le nombre de "buts marqués" sur ces 30 essais ?
- Quelle est la fréquence des tirs au but transformés dans notre modèle ? Comparez ce nombre aux pourcentages annoncés au début !

⚄ Si la probabilité que le gardien fasse le mauvais choix est p et que la probabilité que le tireur ne manque pas la cage est q, quelle est la probabilité que le but soit marqué ? Vous pouvez utilisez la fréquence obtenue à la question ⚄ ci-dessus pour trouver la réponse à cette question.

⚽⚽⚽

Tableau 1

Lancer n°	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
dé à 12 faces	2	9	12	8	4	2	12	3	5	2
somme des 2 dés à 6 faces	7	7	6	9	7	8	4	7	5	12
Lancer n°	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
dé à 12 faces	3	11	5	8	8	1	1	1	9	9
somme des 2 dés à 6 faces	4	2	6	5	7	10	8	7	8	7
Lancer n°	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
dé à 12 faces										
somme des 2 dés à 6 faces										

Tableau 2

Nombre obtenu avec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
le dé à 12 faces												
la somme des 2 dés à 6 faces												

Tableau 3

Fréquence du résultat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sur un dé à 12 faces												
Sur la somme des 2 dés à 6 faces												

Tableau 4

Equipe	Buts	Tirs	Fréquence	Meilleur dé
Paris SG (M,L)	83	491	16,90%	
Olympique Lyon	72	524	13,74%	
Olympique Marseille	76	579	13,13%	
FC Evian T. G.	41	334	12,28%	
SM Caen (N)	54	462	11,69%	
HSC Montpellier	46	396	11,62%	
SC Bastia	37	320	11,56%	
AS Saint-Etienne	51	443	11,51%	
EA Guingamp (P)	41	359	11,42%	
AS Monaco	51	452	11,28%	
Stade Reims	47	441	10,66%	
OGC Nizza	44	418	10,53%	
FC Toulouse	43	431	9,98%	
Girondins Bordeaux	47	488	9,63%	
Stade Rennes	35	365	9,59%	
OSC Lille	43	463	9,29%	
FC Lorient	44	486	9,05%	
RC Lens (N)	32	411	7,79%	
FC Metz (N)	31	450	6,89%	
FC Nantes	29	424	6,84%	

Données issues de http://www.squawka.com/football-team-rankings

Tableau 5

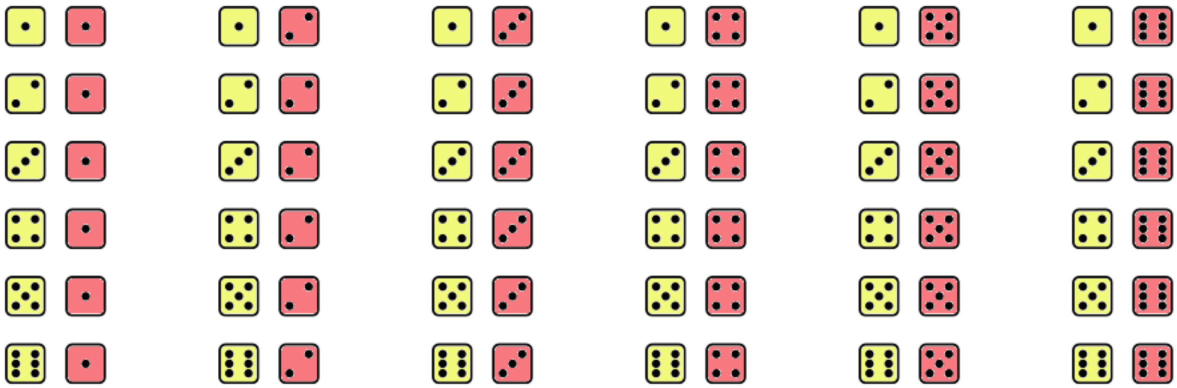
Fraction	Valeur exacte	Valeur approchée
1/4	0,25	
1/6		0,1667
1/8	0,125	
1/10	0,1	
1/12		0,0833
1/14		0,0714
1/16	0,0625	
1/18		0,0556
1/20	0,05	

Tableau 6

Lancer	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Résultat										

Lancer	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Résultat										

Lancer	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
Résultat										



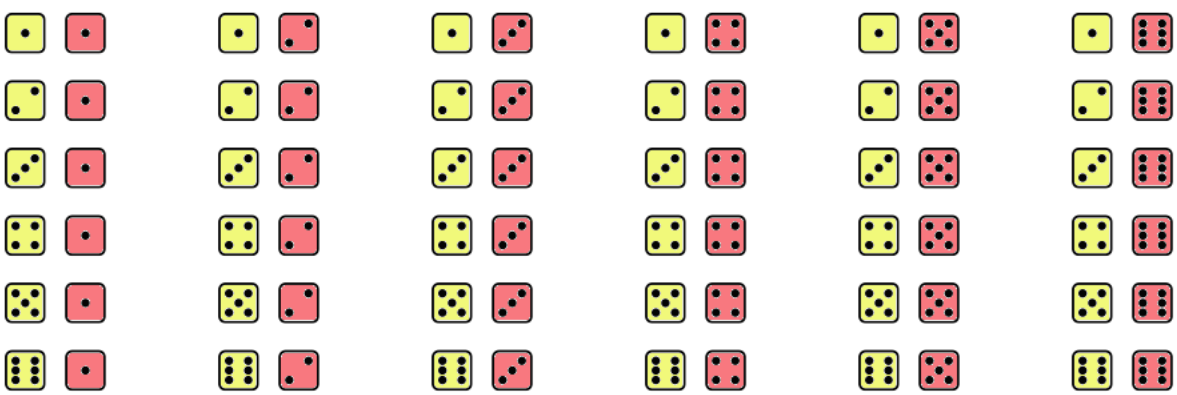


Table de valeurs approchées

n	**Valeur approchée de $n/30$**	**Valeur approchée de $n/36$**	**Valeur approchée de $n/12$**
1	**0,03**	**0,03**	**0,08**
2	**0,07**	**0,06**	**0,17**
3	**0,10**	**0,08**	**0,25**
4	**0,13**	**0,11**	**0,33**
5	**0,17**	**0,14**	**0,42**
6	**0,20**	**0,17**	**0,50**
7	**0,23**	**0,19**	**0,58**
8	**0,27**	**0,22**	**0,67**
9	**0,30**	**0,25**	**0,75**
10	**0,33**	**0,28**	**0,83**
11	**0,37**	**0,31**	**0,92**
12	**0,40**	**0,33**	**1**
13	**0,43**	**0,36**	
14	**0,47**	**0,39**	
15	**0,50**	**0,42**	
16	**0,53**	**0,44**	
17	**0,57**	**0,47**	
18	**0,60**	**0,50**	