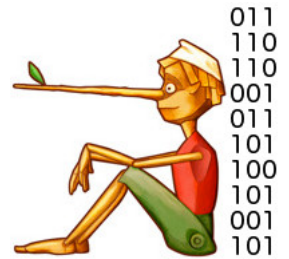




# Qui est-ce ?

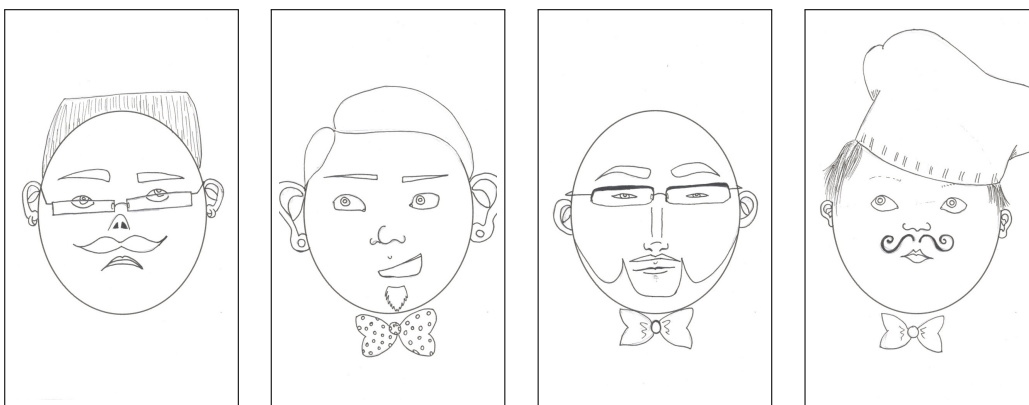
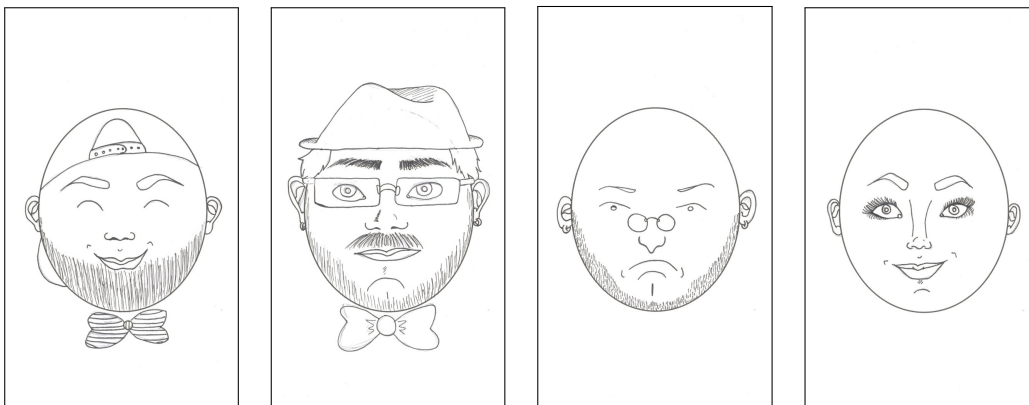


## Une introduction aux codes correcteurs d'erreurs

Sur une feuille sont dessinés des personnages, qui se distinguent selon 4 éléments, qu'ils possèdent ou non : des lunettes, une moustache, un chapeau, des cheveux. Tous les personnages sont différents (par exemple, il ne peut pas y en avoir deux avec des lunettes, pas de moustache ni de chapeau et des cheveux). Un joueur choisit secrètement un des personnages. L'autre joueur doit deviner duquel il s'agit en posant des questions, auxquelles l'autre ne peut répondre que par « oui » ou « non », du type « a-t-il des cheveux ? ». Tous les personnages possibles sont dessinés dans le jeu.

1. Combien de personnages y a-t-il ?
2. Combien faut-il poser de questions pour être sûr de pouvoir trouver ?
3. On rajoute maintenant des éléments sur certains de ces personnages : boucles d'oreille, barbe, nœud papillon. Combien de questions faut-il poser pour être sûr de pouvoir trouver ?

On joue à ce jeu avec les éléments supplémentaires et en rajoutant la règle suivante : le joueur qui a choisi le personnage secret a le droit de mentir au plus une fois en répondant aux questions. Ces questions sont, dans l'ordre :



A-t-il...

- (1) des lunettes ?
- (2) une moustache ?
- (3) un chapeau ?
- (4) des cheveux ?
- (5) des boucles d'oreille ?
- (6) une barbe ?
- (7) un nœud papillon ?

4. Quel est le nombre minimal de différences entre deux personnages distincts du jeu ?
5. Pourquoi cela permet-il de deviner le personnage secret, même si le joueur a menti une fois ?

Voyons maintenant comment jouer à ce jeu avec mensonge, sans l'aide de l'ordinateur !

On représente chaque personnage par une suite de sept chiffres, 0 ou 1. Le troisième personnage, celui qui a des lunettes, pas de moustache, un chapeau, des cheveux, pas de boucle d'oreille, une barbe, pas de nœud papillon, sera ainsi représenté par 1011010. On code les réponses du joueur aux questions de la même façon, par exemple si j'ai choisi le personnage numéro 3 et que je mens à la question « a-t-il une boucle d'oreille ? », ma réponse sera 1011110.

On reçoit une réponse. Pour savoir si elle est correcte ou mensongère, on va calculer trois nombres, les « syndromes » qui valent chacun 0 ou 1.

$s_1$  : on garde un chiffre sur deux  $\square \times \square \times \square \times \square$  on en fait la somme.  $s_1$  vaut 0 si la somme est paire, 1 si elle est impaire.

$s_2$  :  $\times \square \square \times \square \square \times$ , on fait la somme,  $s_2$  vaut 0 si elle est paire, 1 si elle est impaire.

$s_3$  :  $\times \times \times \square \square \square \square$  (que les quatre derniers chiffres), on fait la somme,  $s_3$  vaut 0 si elle est paire, 1 si elle est impaire.

Exemple : Si la réponse obtenue est 0011110, on a

$$s_1 = 0, \quad s_2 = 1, \quad s_3 = 1.$$

6. Le joueur répond sans mensonge. Calculer, pour chaque personnage,  $s_1, s_2$  et  $s_3$ .
7. Que valent  $s_1, s_2$  et  $s_3$  si on ment à la première question et pas aux autres ?
8. Et si on ment seulement à la cinquième question ?
9. Comment le tableau ci-dessous permet-il de découvrir facilement à quelle question le joueur a menti ?

	1	2	3	4	5	6	7
$s_1$	1	0	1	0	1	0	1
$s_2$	0	1	1	0	1	1	0
$s_3$	0	0	0	1	1	1	1

10. Comment proposeriez-vous de modifier ce jeu pour autoriser jusqu'à deux mensonges ?

Le principe sur lequel repose ce jeu est en fait à la base d'applications très utiles, pour transmettre ou stocker des données. Disons que les données transmises sont des paquets de 0 et de 1. Lors de la transmission, que ce soit par ondes radio, par câble ou autre, des erreurs sont susceptibles de se produire et le message reçu n'est plus parfaitement conforme à celui qui a été envoyé (les erreurs jouent le rôle des mensonges de notre jeu). En envoyant, en plus de l'information de départ, une information supplémentaire redondante, on va être capable de dire s'il y a eu ou non des erreurs lors de la transmission et de les corriger s'il n'y en a pas eu trop. C'est exactement le même principe que quand des pilotes d'avion disent « Alpha, Charlie, Tango » pour dire « A, C, T » mais avec plus d'algèbre !