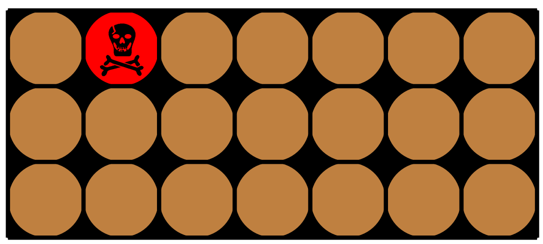
Chocolats mortels

Jeu de la boîte de chocolats

On dispose d'une boîte de 21 chocolats, dans laquelle un chocolat est empoisonné et signalé d'un emballage rouge.

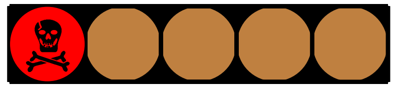


- Chacun leur tour, les deux joueurs mangent 1, 2 ou 3 chocolats de leur choix.
- Le joueur qui mange le chocolat empoisonné meurt dans d'atroces souffrances (et a donc perdu).

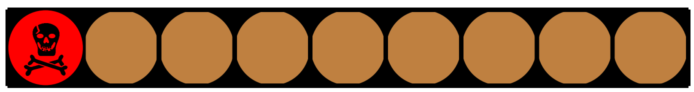
Nous avons remplacé les chocolats par des carreaux de carrelage à enlever au fur et à mesure afin de vous permettre de jouer quelques parties sans mourir (et sans grossir).

1. Jouez une ou deux parties deux par deux, puis jouez quelques parties contre un mathématicien. Qui gagne le plus souvent ? Celui qui commence ou l'autre ?
2. Pour mieux comprendre ce jeu, on va maintenant jouer avec seulement 5 chocolats. Le mathématicien vous

demande si vous voulez commencer ou si vous le laissez jouer le premier coup… que préférez-vous faire ?



3. On rajoute 4 chocolats, ce qui fait donc 9 carreaux. Vous jouez en deuxième. Comment faire pour être sûr de gagner ?

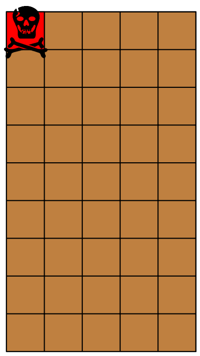
   

   On dit que le deuxième joueur a une *stratégie gagnante* : cela signifie qu'il a un plan de jeu qui lui permet de gagner, quoi que joue l'adversaire. Cela ne veut pas dire que le deuxième joueur gagnera à tous les coups, mais qu'il gagnera à tous les coups s'il joue bien. Les « bons » coups à jouer dépendent bien sûr de ceux joués par le premier joueur.

4. Un matheux prétend pouvoir gagner à tous les coups avec le jeu de 21 chocolats. Naturellement, vous ne le croyez pas et le mettez au défi. Il vous laisse choisir de jouer en premier ou en deuxième. Que choisissez-vous ?

Le matheux a perdu, et veut donc changer les règles. Il vous propose de jouer à un autre jeu.

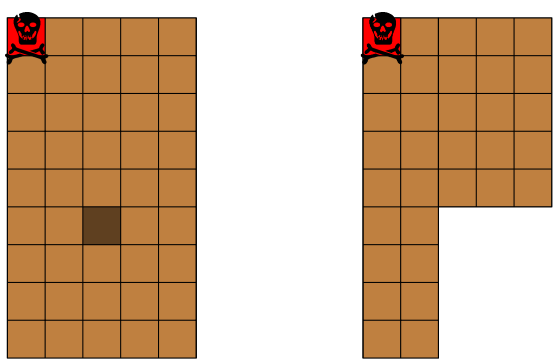
Jeu de la tablette de chocolat



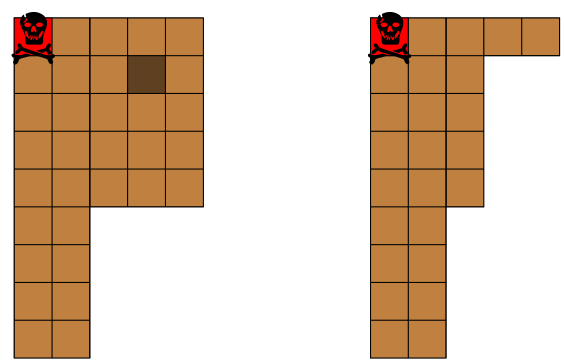
On dispose d'une tablette de chocolat, dont le carré en haut à gauche est empoisonné.

– Chacun leur tour, les deux joueurs désignent un carré de chocolat et mangent tous les carreaux dans le « quart bas-droite » délimité par ce carreau. Voici deux exemples.

coup n^{o} 1 :



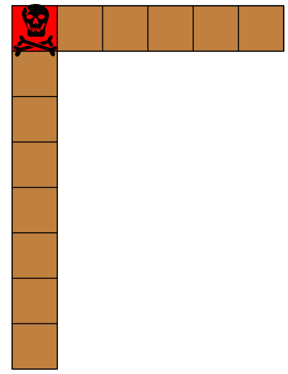
coup n^{o} 2 :



– Le joueur qui mange le carreau empoisonné meurt dans d'atroces souffrances (et a donc perdu).

1. Jouez quelques parties en binômes avec une tablette 3x4. Qu'en pensez-vous ?
2. On va jouer avec une tablette plus petite pour essayer de trouver une stratégie gagnante. Commencez par la tablette 2x2 : lequel des deux joueurs a une stratégie gagnante, et quelle est-elle ?

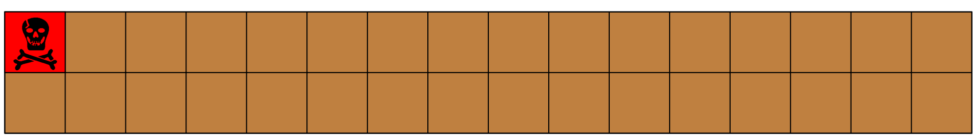
3. **On joue maintenant avec une tablette bien entamée avec une seule ligne de 6 carreaux et une seule colonne de 8 carreaux.**



   Le premier joueur a une stratégie gagnante, pouvez-vous la décrire ?

4. **On joue maintenant avec une tablette carrée (avec strictement plus d'un carreau !). Voyez-vous la stratégie gagnante pour le premier joueur ?**

5. **Essayez de décrire la stratégie gagnante du premier joueur dans le cas d'une tablette qui n'a que deux lignes.**



En fait, on peut démontrer que quel que soit le format $n \times m$ **de la tablette de départ, le premier joueur a une stratégie gagnante. Mais cette démonstration théorique ne permet pas de décrire explicitement la stratégie gagnante, comme on a pu le faire dans quelques cas particuliers plus simples (tablette carrée, tablette à deux lignes). Nous en avons déterminé quelques unes à l'aide de l'ordinateur, pour des tablettes pas trop grandes ; essayez notre programme !**