



Les maths en des tresses

En tressant des brins de laines, on peut faire des bracelets. Nous vous invitons à découvrir comment les mathématiciens, en jouant avec cette idée de brins enlacés, ont inventé le *groupe des tresses*...



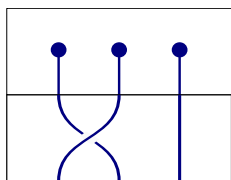
1. Nous allons jouer avec des cartes représentant des sortes de tresses. Sur chaque carte, on a dessiné trois brins, dont deux qui se croisent. Observez la tresse en cordelettes et représentez-la avec des cartes, en essayant d'utiliser le moins de cartes possible. Vous avez le droit de déplacer les brins si ça vous arrange (sans détacher les extrémités).

2. Pouvez vous trouver une autre succession de cartes qui représente la même tresse ? Et avec le même nombre de cartes ?

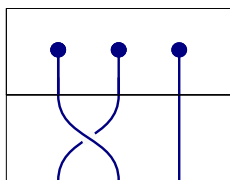
3. Comme lors de la question 1, on peut placer des cartes les unes sous les autres, cela s'appelle *multiplier* des tresses. Les mathématiciens parlent alors du *groupe des tresses* :

— Il y a une carte qui ne change rien quand on la multiplie avec une autre. L'avez-vous trouvée ? On l'appelle la *tresse dénouée*.

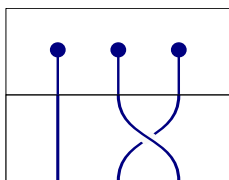
— Pour chaque carte, on peut trouver une autre carte telle que, si l'on les place l'une sous l'autre, le produit des deux est la tresse dénouée. Ces cartes sont dites *inverses* l'une de l'autre. Trouvez les inverses de chacune des cartes :



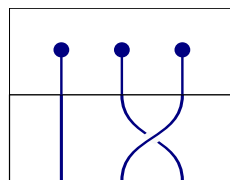
?



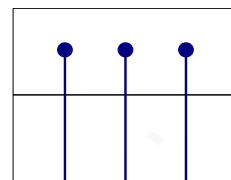
?



?

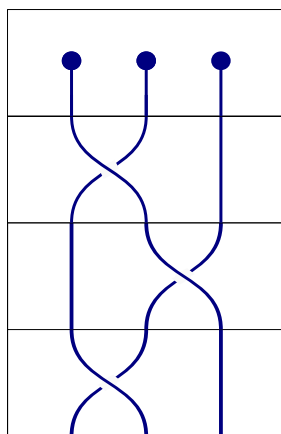


?



?

4. La tresse de la question 1 possède aussi une tresse inverse. Pouvez-vous la trouver ?



?

Pouvez-vous donner une recette pour construire l'inverse de n'importe quelle tresse ?

5. Un problème fondamental du groupe des tresses consiste à savoir reconnaître une tresse dénouée. *Les tresses suivantes sont-elles nouées ou dénouées ? Pouvez-vous donner un argument convaincant ?*

