

« Qui est-ce ? »  
ou un détecteur de mensonges...  
mathématique



Mathilde Herblot, Frédérique Petit

Université Paris Diderot, Université Pierre et Marie Curie

Semaine des mathématiques - 13 mars 2017

Les personnages peuvent avoir :

Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes 

Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 

Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 
- une moustache 







Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 
- une moustache  ou pas 

Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 
- une moustache  ou pas 
- un chapeau 

Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 
- une moustache  ou pas 
- un chapeau  ou pas 



Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 
- une moustache  ou pas 
- un chapeau  ou pas 
- des cheveux 

# Les personnages

Les personnages peuvent avoir :

- des lunettes  ou pas 
- une moustache  ou pas 
- un chapeau  ou pas 
- des cheveux  ou pas 

# Combien de personnages ?

Combien de personnages différents pouvons-nous fabriquer ?

# Combien de personnages ?

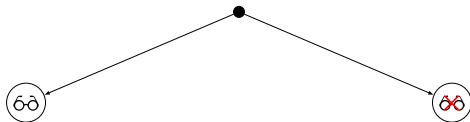
Combien de personnages différents pouvons-nous fabriquer ?  
Essayons de représenter tous les personnages possibles.

# Représentons les personnages

Notre personnage aura des lunettes  ou pas de lunettes 

# Représentons les personnages

Notre personnage aura des lunettes  ou pas de lunettes 

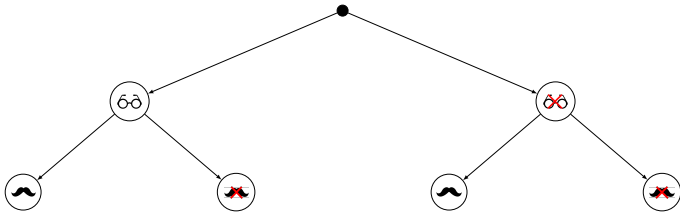


# Représentons les personnages

Puis,  
nous lui mettrons une moustache  ou pas de moustache ~~~~

# Représentons les personnages

Puis,  
nous lui mettrons une moustache 🍷 ou pas de moustache ~~🍷~~

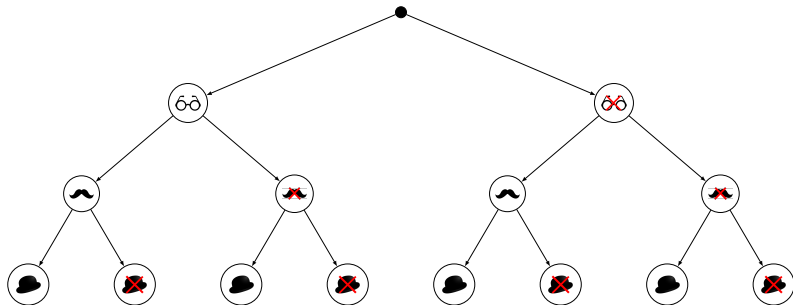




# Représentons les personnages



Ensuite,

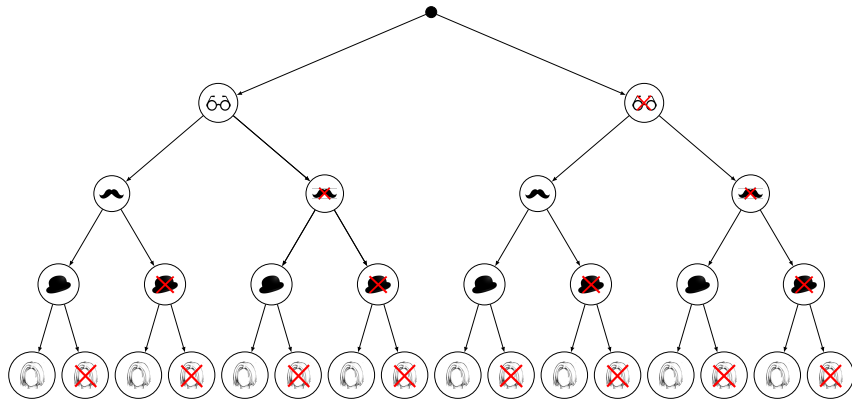
nous rajouterons un chapeau  ou pas de chapeau 



# Représentons les personnages

Enfin,

nous lui dessinerons des cheveux  ou pas 

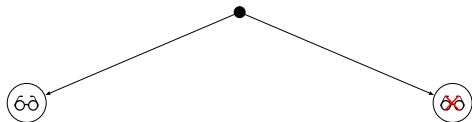


# Combien de personnages ?

Comptons les différents personnages que nous avons dessinés.  
Avec seulement les lunettes, on peut fabriquer. . .

# Combien de personnages ?

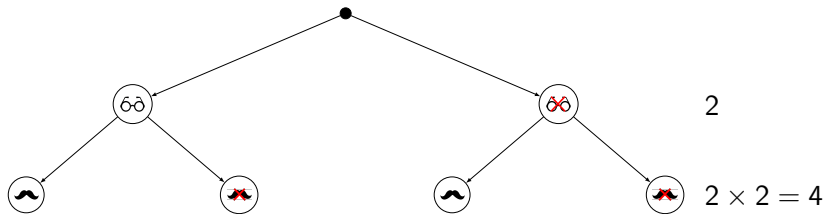
Comptons les différents personnages que nous avons dessinés.  
Avec seulement les lunettes, on peut fabriquer...



2

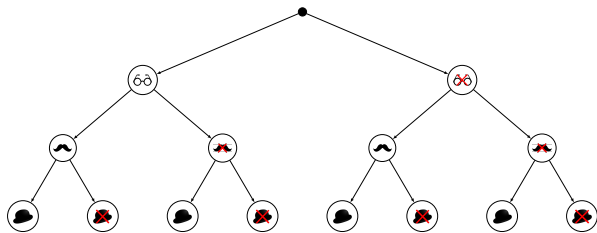
# Combien de personnages ?

Pour chaque personnage ayant ou pas des lunettes, nous pouvons créer 2 personnages, l'un avec moustache, l'autre sans



# Combien de personnages ?

Rajoutons ou pas un chapeau



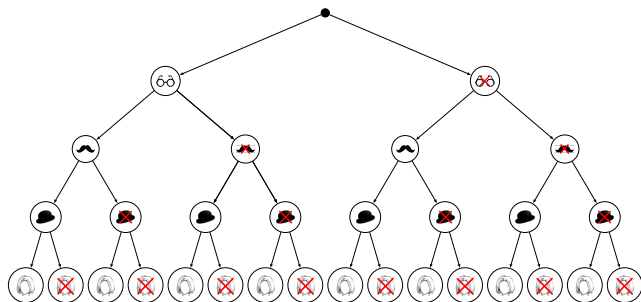
2

4

$2 \times 4 = 8$

# Combien de personnages ?

Enfin, rajoutons ou pas les cheveux



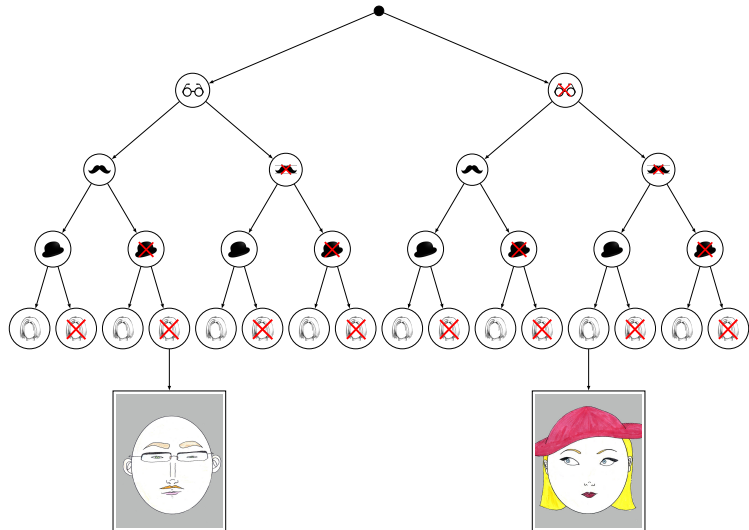
2

4

8

$2 \times 8 = 16$

# Combien de personnages ?



On peut ainsi construire 16 personnages différents.



Combien de questions au minimum faut-il poser pour deviner à coup sûr le personnage ?

Combien de questions au minimum faut-il poser pour deviner à coup sûr le personnage ?

Il faut 4 questions :

Combien de questions au minimum faut-il poser pour deviner à coup sûr le personnage ?

Il faut 4 questions :

- le personnage a-t-il des lunettes ?

Combien de questions au minimum faut-il poser pour deviner à coup sûr le personnage ?

Il faut 4 questions :

- le personnage a-t-il des lunettes ?
- a-t-il une moustache ?

Combien de questions au minimum faut-il poser pour deviner à coup sûr le personnage ?

Il faut 4 questions :

- le personnage a-t-il des lunettes ?
- a-t-il une moustache ?
- a-t-il un chapeau ?

Combien de questions au minimum faut-il poser pour deviner à coup sûr le personnage ?

Il faut 4 questions :

- le personnage a-t-il des lunettes ?
- a-t-il une moustache ?
- a-t-il un chapeau ?
- a-t-il des cheveux ?

Jouons un peu, comme au bon vieux temps.

Jouons un peu, comme au bon vieux temps.

C'est trop facile...  
et pas très drôle !



Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille



Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille  ou pas 

Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille



ou pas





- une barbe









Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille  ou pas 
- une barbe  ou pas 







Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille  ou pas 
- une barbe  ou pas 
- un nœud papillon 

Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille  ou pas 
- une barbe  ou pas 
- un nœud papillon  ou pas 

Maintenant, on ajoute quelques éléments sur les personnages que nous avons dessinés :

- des boucles d'oreille  ou pas 
- une barbe  ou pas 
- un nœud papillon  ou pas 

Mais on ne garde que nos 16 personnages de départ.



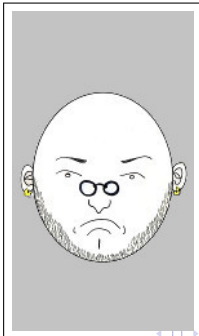
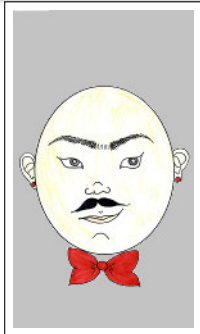
Par exemple :

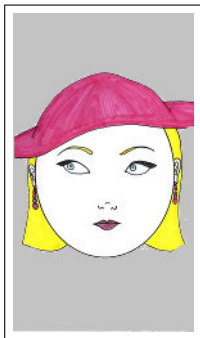


devient



Voici tous les personnages du jeu :



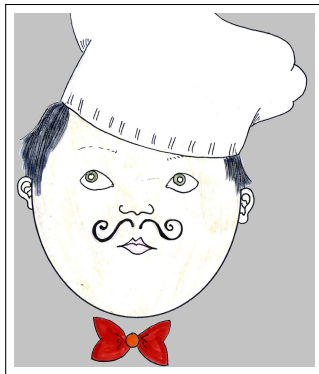
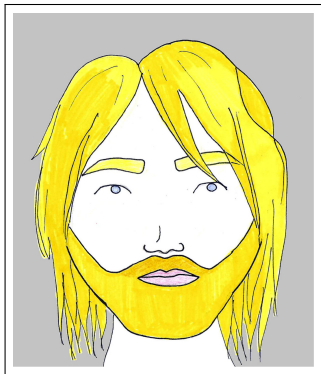


*Avec ce jeu, combien faut-il de questions pour trouver le personnage choisi ?*

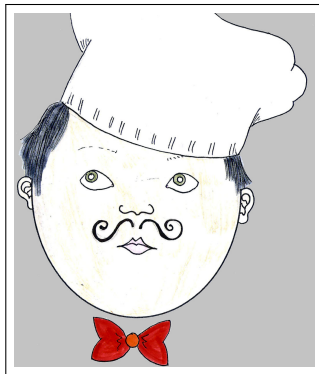
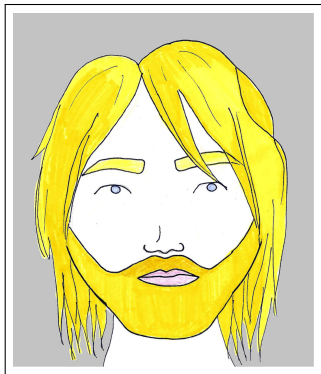
*Avec ce jeu, combien faut-il de questions pour trouver le personnage choisi ?*

Réponse : il faut toujours les 4 mêmes questions.

Observons deux personnages différents.

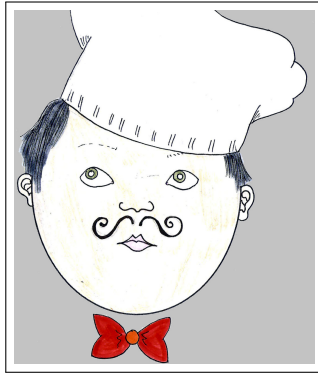
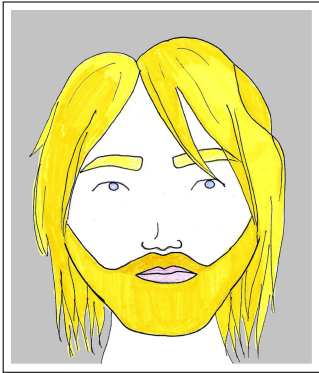


Combien de différences y a-t-il entre ces deux personnages ?



- lunettes
- moustache
- chapeau
- cheveux
- boucles
- barbe
- nœud papillon

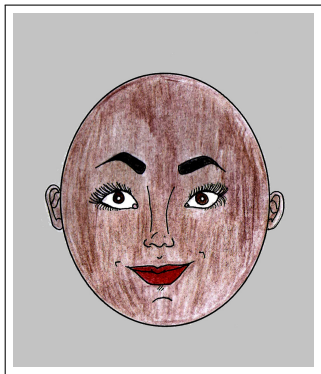




- lunettes
- moustache
- chapeau
- cheveux
- boucles
- barbe
- nœud papillon

Il y a 3 différences : le chapeau, la barbe et le nœud papillon.

Et entre ces deux-là ?



- lunettes
- moustache
- chapeau
- cheveux
- boucles
- barbe
- nœud papillon



- lunettes
- moustache
- chapeau
- cheveux
- boucles
- barbe
- nœud papillon

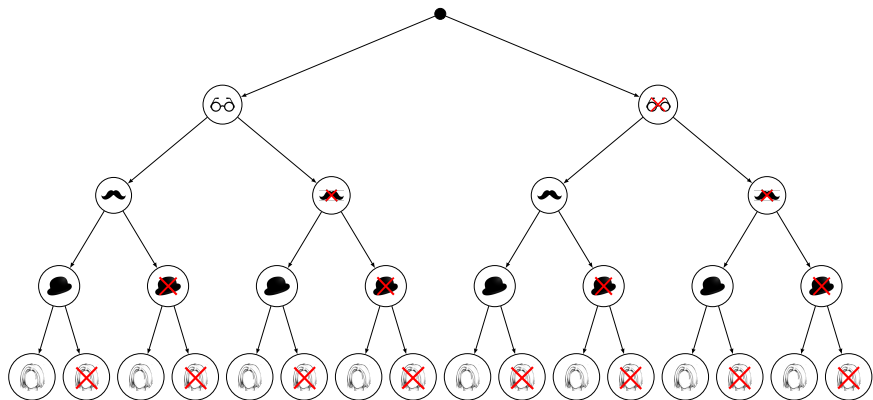
Il y a 7 différences !

Nous n'avons pas le temps de faire toutes les vérifications,  
mais vous pouvez nous croire :

*Entre deux personnages différents,  
il y a toujours **au moins 3** différences.*

Maintenant, nous allons nous autoriser à mentir une fois (ou zéro).

Maintenant, nous allons nous autoriser à mentir une fois (ou zéro).  
Si l'on se contente de poser nos 4 questions de base, peut-on deviner le personnage choisi ?



Nous allons donc poser les **7** questions :

- le personnage a-t-il des lunettes ?
- a-t-il une moustache ?
- a-t-il un chapeau ?
- a-t-il des cheveux ?
- a-t-il des boucles d'oreille ?
- a-t-il une barbe ?
- a-t-il un nœud papillon ?



# Jouons !

Jouons contre l'ordinateur...

# Jouons !

Jouons contre l'ordinateur...

Alors, avez-vous deviné comment fait l'ordinateur ?

Jouons contre l'ordinateur...

Alors, avez-vous deviné comment fait l'ordinateur ?

Lorsque nous avons menti à l'une des questions posées, nous avons décrit un personnage qui n'existe pas, un « faux » personnage.

# Jouons !

Jouons contre l'ordinateur...

Alors, avez-vous deviné comment fait l'ordinateur ?

Lorsque nous avons menti à l'une des questions posées, nous avons décrit un personnage qui n'existe pas, un « faux » personnage.

Ce « faux » personnage a **exactement une différence** avec le « vrai » que nous avons choisi.

Jouons contre l'ordinateur...

Alors, avez-vous deviné comment fait l'ordinateur ?

Lorsque nous avons menti à l'une des questions posées, nous avons décrit un personnage qui n'existe pas, un « faux » personnage.

Ce « faux » personnage a **exactement une différence** avec le « vrai » que nous avons choisi.

Il a donc **au moins 2** différences avec tous les autres personnages. Il n'est alors pas très difficile d'identifier le personnage que nous avons choisi.

# Codons un personnage

En fait, l'ordinateur **code** chaque personnage.








# Codons un personnage

En fait, l'ordinateur **code** chaque personnage.  
L'ordinateur ne connaît que **0** et **1**.























 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?



 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						












0

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0						












0

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0						













0 0

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0					













0 0

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0					














0 0 1

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1				














0 0 1

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1				

















0 0 1 1

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1	1			















0 0 1 1

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1	1			
















0 0 1 1 1

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1	1	1		
















0 0 1 1 1

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1	1	1		



0 0 1 1 1 0

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1	1	1	0	

















0 0 1 1 1 0

0	0	1	1	1	0	



0 0 1 1 1 0 0

 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?	 ?
						
0	0	1	1	1	0	0



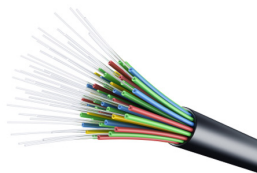
Et voilà, vous savez coder tous les personnages !  
...0010010...





*Le principe sur lequel repose ce jeu est en fait à la base d'applications très utiles, pour transmettre des informations ou encore pour stocker des données.*

# Transmission de données : pourquoi ? Comment ?



# Et pour un texte en français ?

*Cz texpe vous sembbe-t-il facile à lure ?*

# Et pour un texte en français ?

*Cz texpe vous sembbe-t-il facile à lure ?*

*Je me dnamede ceobmin de ftueas de fappre vrote cevareu avirre à cirgrreor !*

# Et pour un texte en français ?

*Cz texpe vous sembbe-t-il facile à lure ?*

*Je me dnamede ceobmin de ftueas de fappre vrote cevareu avirre à cirgrreor !*

*er petcodmc eegaairb eanveeide ufervc Jr rnaodmerpuf eme da voi teà s!err*

Mais quel est le lien avec notre jeu ?

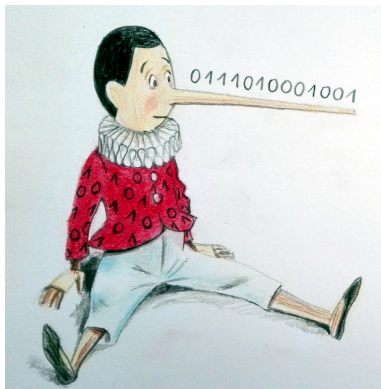
C'est exactement le même principe que lorsque des pilotes d'avion disent « Alpha, Papa, Tango, Charlie », pour dire « A, P, T, C » !











Merci de votre attention !

Pour aller plus loin :

<https://www.math.univ-paris-diderot.fr/diffusion/rallye>